



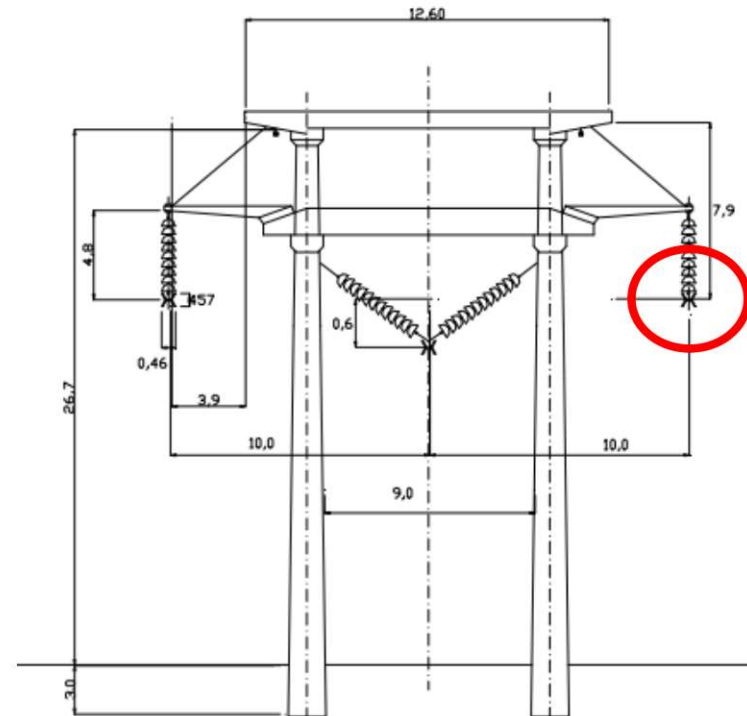
Modelo Elétrico de Linhas de Transmissão

Indutância

Helon David de Macêdo Braz
helon@cear.ufpb.br



Considere uma LT como mostrada:

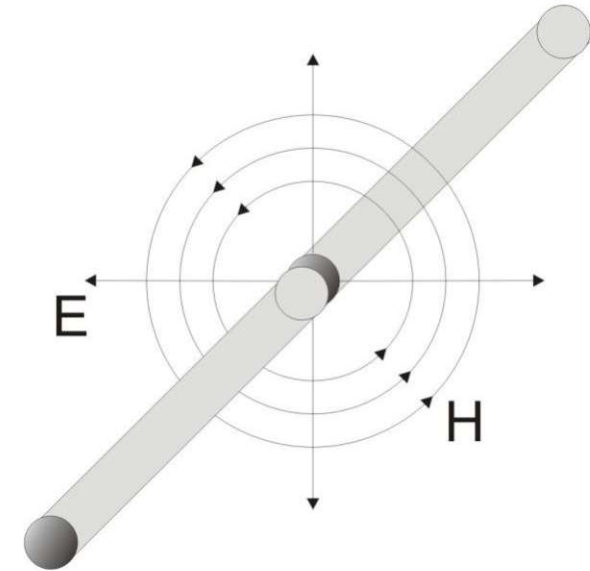


Concentre sua atenção no condutor de uma das fases, supondo que

- 1) O comprimento é **infinito**;
- 2) O raio do condutor é r , medido em metros;
- 3) A corrente é I , do tipo CA, medida em A;
- 4) O condutor encontra-se energizado com tensão fase-terra V , em V; e
- 5) O efeito da terra nos campos gerados é desprezível.



Campos magnético H e elétrico E são gerados nas imediações do condutor em virtude de I e V , conforme indicado na figura:



Pela lei de Ampère:

$$\oint H \cdot dl = i_{\text{confinada}}$$

A linha de integração pode ser qualquer, mas nesse caso é preferível defini-la como um círculo para aproveitar a simetria de H .

Duas condições podem ocorrer:

O raio do círculo de integração é maior ou igual a r (corrente confinada I); ou

O raio do círculo de integração é menor que r (corrente confinada é fração de I).

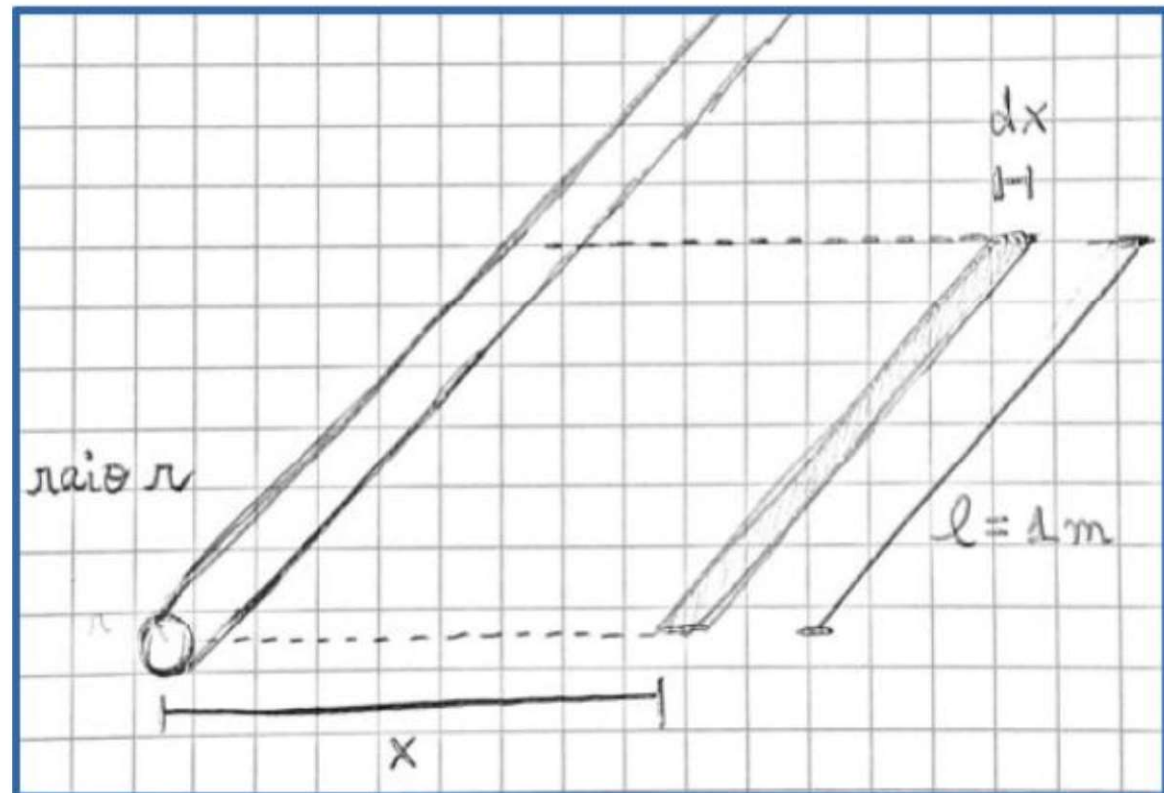


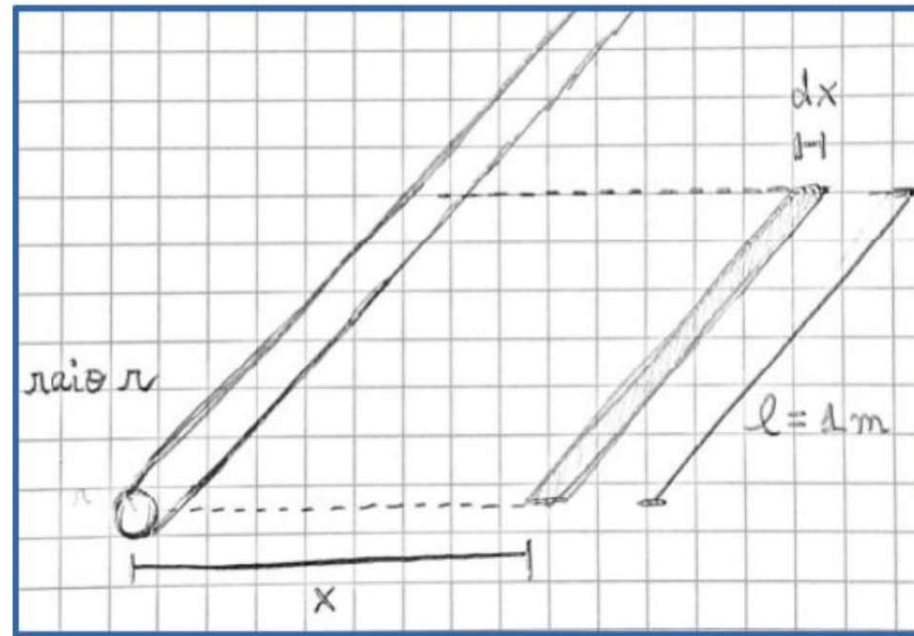
Se o raio do círculo de integração é maior ou igual a r:

$$\oint H \cdot dl = I \rightarrow H_x = \frac{I}{2\pi x} \text{ A/m} \rightarrow B = \mu H \rightarrow B_x = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \text{ Wb/m}^2$$

Observe que fizemos $\mu = \mu_0$. Considere que escolhemos um retângulo com

- 1) raio x ,
- 2) espessura dx e
- 3) comprimento unitário.





A área desse retângulo é $dA = 1 * dx$.

O fluxo em dA será também um diferencial:

$$d\phi_x = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dx \text{ Wb/m}$$

O fluxo concatenado é igual, pois $N = 1$:

$$d\lambda_x = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dx \text{ Wb.volta/m}$$



Se o raio do círculo de integração é maior ou igual a r:

Integrando esse fluxo desde r até um ponto P distante D do condutor:

$$\lambda_{\text{ext}} = \int_r^D \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dx = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_r^D \frac{1}{x} dx = \frac{\mu_0 I}{2\pi} (\ln D - \ln r) \frac{\text{Wb} \cdot \text{volta}}{m}.$$

$$\lambda_{\text{ext}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \left(\frac{D}{r} \right) \text{Wb} \cdot \text{volta} / m$$

Lembrando que $L = \lambda / I$:

$$L_{\text{ext}} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{D}{r} \right) H / m$$

De posse dessa indutância gerada pelo fluxo externo, partimos para calcular o **fluxo interno...**



Se o raio do círculo de integração é menor que r:

A corrente confinada é uma fração de I.

Supondo que a distribuição da corrente é uniforme:

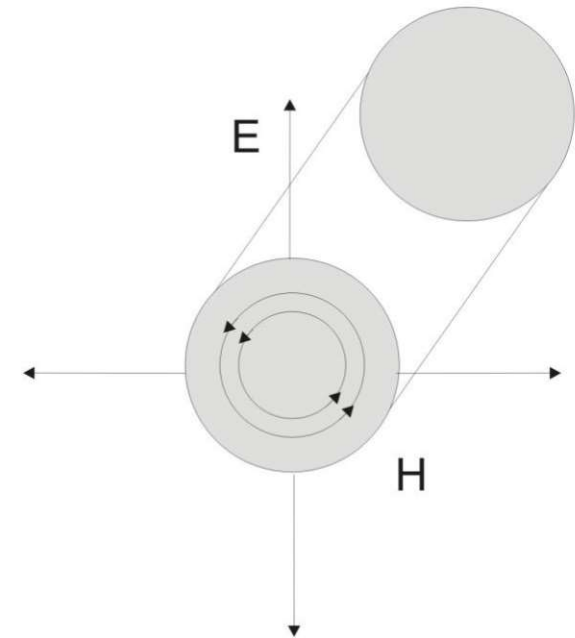
$$i_{\text{confinada}} = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} I$$

Logo:

$$\oint H \cdot dl = I \rightarrow \oint H_x \cdot dl = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} I \rightarrow H_x (2 \pi x) = \frac{x^2}{r^2} I \rightarrow H_x = \frac{x I}{2 \pi r^2} \frac{A}{m}$$

Como fizemos antes: $B = \mu H$ e $\mu = \mu_0$. Então:

$$B_x = \frac{\mu_0 I x}{2 \pi r^2} \text{ Wb/m}^2$$





Se o raio do círculo de integração é menor que r:

Novamente, escolhemos um retângulo com

- 1) raio x ,
- 2) espessura dx e
- 3) comprimento unitário.

Assim, $dA = 1 * dx$ e o fluxo em dA será também um diferencial:

$$d\phi_x = \frac{\mu_0 I x}{2 \pi r^2} dx \text{ Wb/m}$$

O fluxo concatenado é menor que esse valor, pois $N < 1$:

$$d\lambda_x = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} \frac{\mu_0 I x}{2 \pi r^2} dx \text{ Wb.volta/m} \rightarrow d\lambda_x = \frac{\mu_0 I x^3}{2 \pi r^4} dx \text{ Wb.volta/m}$$



Se o raio do círculo de integração é maior ou igual a r:

Integrando esse fluxo desde 0 até r:

$$\lambda_{\text{int}} = \int_0^r \frac{\mu_0 I x^3}{2\pi r^4} dx = \frac{\mu_0 I}{2\pi r^4} \int_0^r x^3 dx = \frac{\mu_0 I}{2\pi r^4} \left(\frac{r^4}{4} \right) \frac{\text{Wb.volta}}{m}$$

$$\lambda_{\text{int}} = \frac{\mu_0 I}{8\pi} \text{Wb.volta/m}$$

Lembrando que $L = \lambda/I$:

$$L_{\text{int}} = \frac{\mu_0}{8\pi} H/m$$

Observe que essa indutância interna independe do raio!



Qual o fluxo concatenado total?

$$\lambda_{\text{total}} = \lambda_{\text{int}} + \lambda_{\text{ext}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{D}{r} \right) \text{Wb} \cdot \text{volta} / m$$

Substituindo $\frac{1}{4} = \ln(e^{1/4})$:

$$\lambda_{\text{total}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\ln \frac{D}{r e^{-\frac{1}{4}}} \right) \text{Wb} \cdot \text{volta} / m$$

Definindo $r' = r e^{-\frac{1}{4}}$ como sendo o **raio médio geométrico** do condutor:

$$\lambda_{\text{total}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\ln \frac{D}{r'} \right) \text{Wb} \cdot \text{volta} / m \rightarrow L_{\text{total}} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{D}{r'} \right) H / m$$



O **raio médio geométrico (rmg)** do condutor sólido é portanto simples de obter:

$$r' = r e^{-\frac{1}{4}}$$

Existe a ideia de rmg nos cabos CA, CAA, etc?

Sim. Pode ser calculado, mas na prática obtemos nos catálogos dos fabricantes.

Carga de ruptura (kgf)		Resistência elétrica máxima (ohm/km)		Raio médio geométrico (m)	Reatância		Ampacidade (A)	Bitola AWG ou MCM	Condutor
Classe A	Classe B	CC 20°C	CA-60 Hz 75°C		Indutiva (ohm/km)	Capacitiva (Mohm.km)			
10083	9822	0,0942	0,1122	0,00980	0,3488	0,2107	770	605,0	Duck
7110	6987	0,0891	0,1062	0,00927	0,3530	0,2114	775	636,0	Kingbird
6242	6180	0,0892	0,1063	0,00919	0,3537	0,2119	770	636,0	Swift
10291	10005	0,0896	0,1081	0,00997	0,3475	0,2095	780	636,0	Rook
11427	11067	0,0896	0,1075	0,01021	0,3457	0,2089	790	636,0	Grosbeak



Atenção:

Raio médio geométrico (rmg) é um artifício matemático.

Se um condutor real possui raio r e raio médio geométrico rmg , ambos medidos em metros, significa...

Se fosse possível construir um condutor **mágico** de raio rmg , em que há apenas fluxo externo, sua indutância total seria exatamente igual a indutância total do condutor real de raio r .



Curiosidade:

Se a relação entre raio e r_{mg} é definida por um fator, qual seria o fator para:

Condutor	Diâmetro nominal (mm)		Raio médio geométrico (m)
	Alma de aço	Total	
Duck	8,07	24,20	0,00980
Kingbird	4,78	23,88	0,00927
Swift	3,38	23,63	0,00919
Rook	8,27	24,81	0,00997
Grosbeak	9,27	25,16	0,01021

Os valores são próximos do que ocorre com um condutor sólido? Qual a razão?



Curiosidade:

```
%% Dados de Entrada
```

```
diametros = 1e-3*[24.20 23.88 23.63 24.81 25.16];  
rmgs = [0.00980 0.00927 0.00919 0.00997 0.01021];
```

```
%% Processamento
```

```
razao = rmgs ./ (0.5 * diametros);
```

```
%% Resultados
```

```
disp(razao);
```

```
>> exp(-0.25)
```

```
ans =
```

```
0.7788
```

```
>> calculando_fator_rmg_sobre_raio
```

```
0.8099    0.7764    0.7778    0.8037    0.8116
```



Exemplo 1

Calcule o fluxo concatenado total gerado por um **condutor sólido** de alumínio com raio 2 cm, quando percorrido por uma corrente CA cujo valor eficaz é 100 A. Calcule a integral até um ponto P distante do condutor:

- a) 10 m
- b) 30 m
- c) 50 m
- d) 100 m



Exemplo 1

Resposta: Usamos o Matlab como calculadora:

$r_{mg} = 1.5576 \text{ cm}$

a) 10 m

$F = 0.1293 \text{ mWb.volta/m}$

b) 30 m

$F = 0.1513 \text{ mWb.volta/m}$

c) 50 m

$F = 0.1615 \text{ mWb.volta/m}$

d) 100 m

$F = 0.1753 \text{ mWb.volta/m}$

```
%% Dados de Entrada
```

```
r = 0.02;  
I = 100;  
cte = 2 * 1e-7;  
D = 100;
```

```
%% Processamento
```

```
rmg = exp(-0.25) * r;  
F = cte * I * log(D / rmg);
```

```
%% Resultado
```

```
fprintf('rmg = %10.4f cm\n', 1e2 * rmg);  
fprintf('F = %10.4f mWb.volta/m\n', 1e3 * F);
```



Exemplo 2

Calcule as indutâncias associadas aos fluxos do exemplo 1:

- a) 10 m
- b) 30 m
- c) 50 m
- d) 100 m



Exemplo 2

Resposta: Usamos o Matlab como calculadora:

rmg = 1.5576 cm

a) 10 m

L = 1.2929 uH/m

b) 30 m

L = 1.5126 uH/m

c) 50 m

L = 1.6148 uH/m

d) 100 m

L = 1.7534 uH/m

```
%% Dados de Entrada
```

```
r = 0.02;  
I = 100;  
cte = 2 * 1e-7;  
D = 100;
```

```
%% Processamento
```

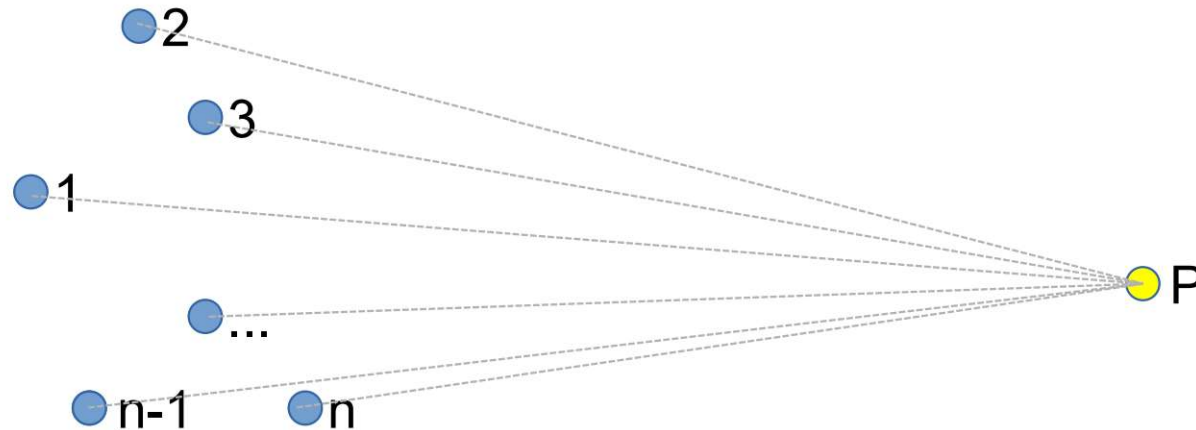
```
rmg = exp(-0.25) * r;  
L = cte * log(D / rmg);  
F = L * I;
```

```
%% Resultado
```

```
fprintf('rmg = %10.4f cm\n', 1e2 * rmg);  
fprintf('L = %10.4f uH/m\n', 1e6 * L);  
fprintf('F = %10.4f mWb.volta/m\n', 1e3 * F);
```



Considere que há n condutores: $\{1, 2, \dots, n\}$:



Eles são percorridos por correntes eficazes $\{I_1, I_2, \dots, I_n\}$.

Possuem raios médios geométricos conhecidos $\{r'_1, r'_2, \dots, r'_n\}$.

O final da integração é em um ponto P , cuja distancia do condutor i é D_{iP} .

Desejamos calcular os fluxos concatenados por condutor: $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$.

Adotaremos a seguinte notação: λ_{i-j} significa fluxo enlaça i devido a corrente I_j .



Começamos com o fluxo concatenado de 1 (**mesma equação de 1 condutor**):

1) Parcela gerada por $I_1 \rightarrow \lambda_{1-1} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} \left(\ln \frac{D_{1P}}{r_1'} \right) \text{ Wb} \cdot \text{volta} / \text{m}$



Começamos com o fluxo concatenado de 1 (**mesma equação de 1 condutor**):

1) Parcela gerada por $I_1 \rightarrow \lambda_{1-1} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} \left(\ln \frac{D_{1P}}{r_1'} \right) \text{ Wb} \cdot \text{volta} / \text{m}$

2) Parcela gerada por $I_2 \rightarrow \lambda_{1-2} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi} \left(\ln \frac{D_{2P}}{D_{12}} \right) \text{ Wb} \cdot \text{volta} / \text{m}$



Começamos com o fluxo concatenado de 1 (**mesma equação de 1 condutor**):

1) Parcela gerada por $I_1 \rightarrow \lambda_{1-1} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} \left(\ln \frac{D_{1P}}{r_1'} \right) \text{Wb} \cdot \text{volta} / m$

2) Parcela gerada por $I_2 \rightarrow \lambda_{1-2} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi} \left(\ln \frac{D_{2P}}{D_{12}} \right) \text{Wb} \cdot \text{volta} / m$

3) E assim por diante...

Extrapolando essa expressão para os n condutores:

$$\lambda_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} \left(\ln \frac{D_{1P}}{r_1'} \right) + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi} \left(\ln \frac{D_{2P}}{D_{12}} \right) + \dots + \frac{\mu_0 I_n}{2\pi} \left(\ln \frac{D_{nP}}{D_{1n}} \right) \text{Wb} \cdot \text{volta} / m$$

Repetindo esse procedimento para os demais condutores, obtemos **n equações**.
São n fluxos concatenados e n correntes associadas...

LTs: Indutância de n fios



Organizando de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} = \frac{\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{D_{1P}}{r_1'} & \ln \frac{D_{2P}}{D_{12}} & \cdot & \cdot & \ln \frac{D_{nP}}{D_{1n}} \\ \ln \frac{D_{1P}}{D_{21}} & \ln \frac{D_{2P}}{r_2'} & \cdot & \cdot & \ln \frac{D_{nP}}{D_{2n}} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \ln \frac{D_{1P}}{D_{n1}} & \ln \frac{D_{2P}}{D_{n2}} & \cdot & \cdot & \ln \frac{D_{nP}}{r_n'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} \text{ Wb.volta/m}$$

Em que:

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{D_{1P}}{r_1'} & \ln \frac{D_{2P}}{D_{12}} & \cdot & \cdot & \ln \frac{D_{nP}}{D_{1n}} \\ \ln \frac{D_{1P}}{D_{21}} & \ln \frac{D_{2P}}{r_2'} & \cdot & \cdot & \ln \frac{D_{nP}}{D_{2n}} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \ln \frac{D_{1P}}{D_{n1}} & \ln \frac{D_{2P}}{D_{n2}} & \cdot & \cdot & \ln \frac{D_{nP}}{r_n'} \end{bmatrix} H/m$$



Os raios médios geométricos dos condutores constam na diagonal principal.

Definindo: $D_{ii} = r_i'$ <<< **Atenção com essa notação!**

Podemos reescrever a matriz genérica de indutâncias:

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{D_{1P}}{D_{11}} & \ln \frac{D_{2P}}{D_{12}} & \cdot & \cdot & \ln \frac{D_{nP}}{D_{1n}} \\ \ln \frac{D_{1P}}{D_{21}} & \ln \frac{D_{2P}}{D_{22}} & \cdot & \cdot & \ln \frac{D_{nP}}{D_{2n}} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \ln \frac{D_{1P}}{D_{n1}} & \ln \frac{D_{2P}}{D_{n2}} & \cdot & \cdot & \ln \frac{D_{nP}}{D_{nn}} \end{bmatrix} \frac{H}{m}$$

O inconveniente dessa formulação é que ela depende do ponto P...



Uma formulação melhor é possível se adicionarmos uma condição de contorno:

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0$$

Primeiro, vamos reescrever a matriz de indutâncias separando os termos que dependem de P:

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\begin{matrix} \ln D_{1P} & \ln D_{2P} & \cdot & \cdot & \ln D_{nP} \\ \ln D_{1P} & \ln D_{2P} & \cdot & \cdot & \ln D_{nP} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \ln D_{1P} & \ln D_{2P} & \cdot & \cdot & \ln D_{nP} \end{matrix} \right] + \left[\begin{matrix} \ln \frac{1}{D_{11}} & \ln \frac{1}{D_{12}} & \cdot & \cdot & \ln \frac{1}{D_{1n}} \\ \ln \frac{1}{D_{21}} & \ln \frac{1}{D_{22}} & \cdot & \cdot & \ln \frac{1}{D_{2n}} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \ln \frac{1}{D_{n1}} & \ln \frac{1}{D_{n2}} & \cdot & \cdot & \ln \frac{1}{D_{nn}} \end{matrix} \right] \frac{H}{m}$$

Se P é suficientemente distante: $D_{1P} \approx D_{2P} \approx \dots \approx D_{nP} \approx D$. Desse modo...

LTs: Indutância de n fios



$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\begin{matrix} \ln D & \ln D & \cdot & \cdot & \ln D \\ \ln D & \ln D & \cdot & \cdot & \ln D \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \ln D & \ln D & \cdot & \cdot & \ln D \end{matrix} \right] + \left[\begin{matrix} \ln \frac{1}{D_{11}} & \ln \frac{1}{D_{12}} & \cdot & \cdot & \ln \frac{1}{D_{1n}} \\ \ln \frac{1}{D_{21}} & \ln \frac{1}{D_{22}} & \cdot & \cdot & \ln \frac{1}{D_{2n}} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \ln \frac{1}{D_{n1}} & \ln \frac{1}{D_{n2}} & \cdot & \cdot & \ln \frac{1}{D_{nn}} \end{matrix} \right] \frac{H}{m}$$

O produto da matriz da esquerda pelo vetor coluna das correntes será nulo.

Então:

Matriz importante!

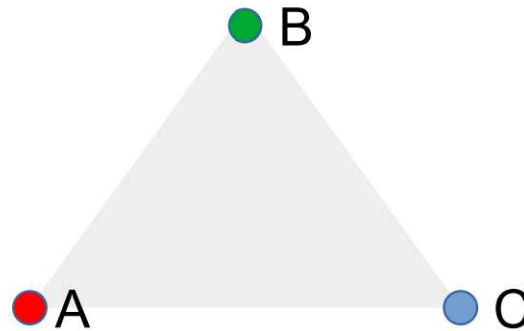
Indutâncias próprias e
mútuas para n condutores.
Independente de P.

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\begin{matrix} \ln \frac{1}{D_{11}} & \ln \frac{1}{D_{12}} & \cdot & \cdot & \ln \frac{1}{D_{1n}} \\ \ln \frac{1}{D_{21}} & \ln \frac{1}{D_{22}} & \cdot & \cdot & \ln \frac{1}{D_{2n}} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \ln \frac{1}{D_{n1}} & \ln \frac{1}{D_{n2}} & \cdot & \cdot & \ln \frac{1}{D_{nn}} \end{matrix} \right] \frac{H}{m}$$



Aplicação 1: LT 3# Equilateral com Fios Sólidos

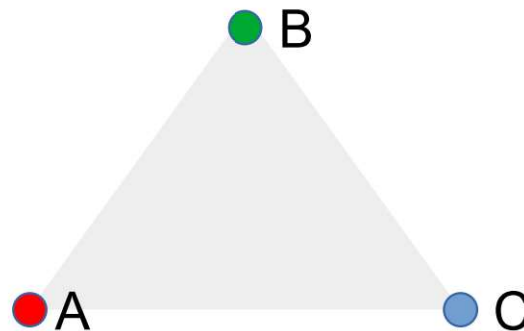
LT trifásica com condutores sólidos iguais ABC e espaçamento equilateral:





Aplicação 1: LT 3# Equilateral com Fios Sólidos

LT trifásica com condutores sólidos iguais ABC e espaçamento equilateral:



A condição de somatório das correntes nulo é atendida.

Os lados do triângulo tem comprimento D e os condutores tem rmg igual a Ds.

$$\begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix} = \frac{\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{1}{D_s} & \ln \frac{1}{D} & \ln \frac{1}{D} \\ \ln \frac{1}{D} & \ln \frac{1}{D_s} & \ln \frac{1}{D} \\ \ln \frac{1}{D} & \ln \frac{1}{D} & \ln \frac{1}{D_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \text{ Wb.volta/m}$$



Aplicação 1: LT 3# Equilateral com Fios Sólidos

Considere um segmento de 1 m dessa LT, de ABC para A'B'C'...

Se o sistema opera com correntes CA e frequência f conhecida, as indutâncias podem ser convertidas em reatâncias por metro. Os condutores são iguais, logo possuem resistências por metro iguais R . Para esse segmento:

$$\begin{bmatrix} V_{A-A'} \\ V_{B-B'} \\ V_{C-C'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} + j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{1}{D_s} & \ln \frac{1}{D} & \ln \frac{1}{D} \\ \ln \frac{1}{D} & \ln \frac{1}{D_s} & \ln \frac{1}{D} \\ \ln \frac{1}{D} & \ln \frac{1}{D} & \ln \frac{1}{D_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} \frac{V}{m}$$



Aplicação 1: LT 3# Equilateral com Fios Sólidos

Observe que a matriz desenvolvida relaciona quedas de tensão com correntes que percorrem os condutores. Logo, se trata de uma **matriz de impedâncias**.

Além disso, os valores de diagonal principal são iguais. Os demais valores são igualmente iguais.

$$\begin{bmatrix} V_{A-A'} \\ V_{B-B'} \\ V_{C-C'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} + j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{1}{D_s} & \ln \frac{1}{D} & \ln \frac{1}{D} \\ \ln \frac{1}{D} & \ln \frac{1}{D_s} & \ln \frac{1}{D} \\ \ln \frac{1}{D} & \ln \frac{1}{D} & \ln \frac{1}{D_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} \frac{V}{m}$$



Aplicação 1: LT 3# Equilateral com Fios Sólidos

Definindo:

$$Z_s = R + j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1}{D_s} \Omega/m \quad Z_m = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1}{D} \Omega/m$$

Podemos reescrever a equação desse modo:

$$\begin{bmatrix} V_{A-A'} \\ V_{B-B'} \\ V_{C-C'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_s & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} \frac{V}{m}$$

Essa LT é equilibrada e tem uma matriz 012 conhecida:

$$\begin{bmatrix} V_{0-0'} \\ V_{1-1'} \\ V_{2-2'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \frac{V}{m}$$

$$Z_0 = Z_s + 2 Z_m \Omega/m$$

$$Z_1 = Z_2 = Z_s - Z_m \Omega/m$$



Aplicação 1: LT 3# Equilateral com Fios Sólidos

No desenvolvimento adotado não foi contabilizado o efeito da terra no campo magnético, de modo que o resultado obtido para a sequência 0 foi comprometido.

Contudo, o resultado obtido para sequência positiva da LT é válido. Podemos gerar uma expressão em termos da topologia da LT:

$$Z_1 = Z_s - Z_m = R + j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D}{D_s} \Omega/m$$

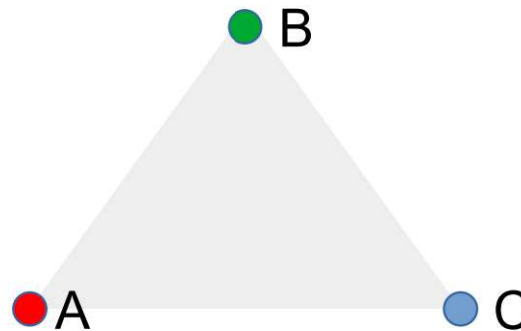
Observe que todos os dados são conhecidos.

Para esse caso, seria possível obter D_s a partir do raio dos condutores usando a expressão simples! Pois, os condutores foram definidos como **sólidos**.



Aplicação 2: LT 3# Equilateral com Cabos

LT trifásica com cabos iguais e espaçamento equilateral:



Todo o desenvolvimento é igual, apenas D_s é obtido do catálogo do fabricante!

Lembre-se: A constante $\exp(-0.25)$ é válida somente para fios sólidos!

$$Z_1 = Z_s - Z_m = R + j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D}{D_s} \Omega/m$$



Exemplo 3 (Adaptado do Exemplo 4.4 do Stevenson)

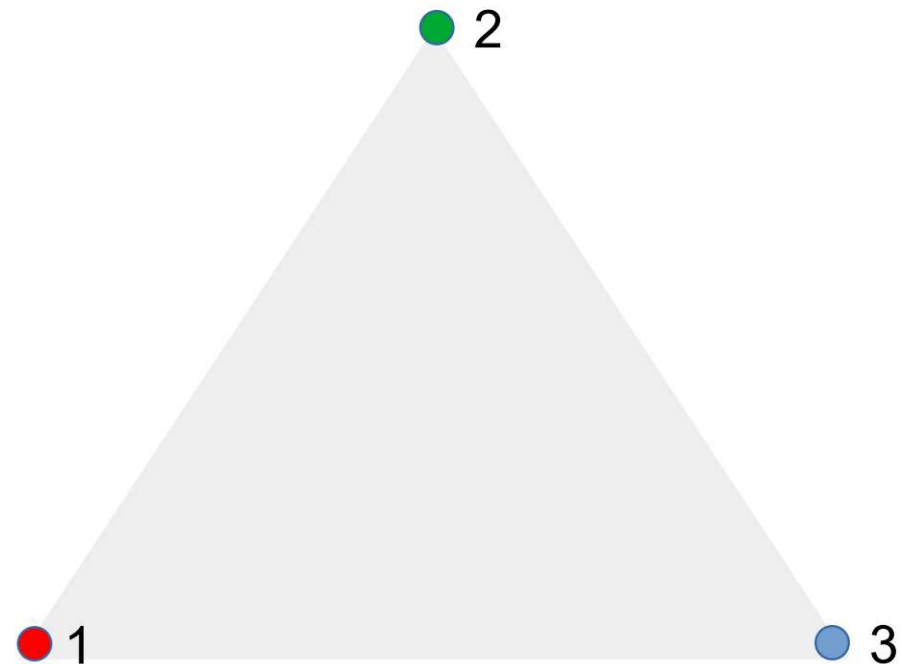
Uma LT 3# com 1 condutor por fase do tipo CAA Drake, opera em 60 Hz com temperatura 65°C. Calcule sua **impedância de sequência positiva em Ω/km** , sabendo que a LT tem o arranjo como mostrado:

Dados:

$$D_{12} = 10 \text{ m}$$

$$D_{23} = 10 \text{ m}$$

$$D_{31} = 10 \text{ m}$$





Exemplo 3 (Adaptado do Exemplo 4.4 do Stevenson)

Dados:

Condutor	Bitola	Seção transversal (mm ²)		Formação do condutor				Diâmetro nominal (mm)		Peso nominal (kg/km)			Porcentagem no peso total (%)	
	AWG ou kcmil	Alumínio	Total	Alumínio		Aço		Alma de aço	Total	Alumínio	Aço	Total	Alumínio	Aço
				Nº de fios	Diâmetro (mm)	Nº de fios	Diâmetro (mm)							
Drake	795,0	402,92	468,51	26	4,442	7	3,454	10,36	28,13	1116,3	512,3	1628,7	68,5	31,5

Carga de ruptura (kgf)		Resistência elétrica (ohm/km)		Raio médio geométrico (m)	Reatância		Ampacidade (A)	Bitola	Condutor
Classe A	Classe B	CC 20°C	CA-60 Hz 75°C		Indutiva (ohm/km)	Capacitiva (Mohm.km)		AWG ou kcmil	
14266	13817	0,0717	0,0864	0,01142	0,3373	0,2035	1018	795,0	Drake



Exemplo 3 (Adaptado do Exemplo 4.4 do Stevenson)

Resposta:

```
%% Dados de Entrada
```

```
R75 = 0.0864;      % resistência do condutor, em ohm/km em 75°C  
Top = 65;          % temperatura de operação da LT  
T = -228;          % constante do Alumínio, em °C  
  
rmg = 0.01142;     % raio médio geométrico, em m  
D = 10;            % distância entre as fases, em m  
  
cte = 2e-7;        % constante usada no cálculo de L, em H/m  
f = 60;            % frequência de operação, em Hz  
w = 2 * pi * f;    % frequência angular
```



Exemplo 3 (Adaptado do Exemplo 4.4 do Stevenson)

Resposta:

```
%% Processamento
```

```
% Resistência
```

```
Rop = R75 * (Top - T) / (75 - T);    % em ohm/km
```

```
% Reatância
```

```
Ds = rmg;
```

```
Dm = D;
```

```
L = cte * log(Dm / Ds);
```

```
Xop = w * L * 1000;                % em ohm/km
```

```
%% Resultado
```

```
if(Xop >= 0)
```

```
    fprintf('Zop = %8.4f + %8.4fj ohm/km\n\n', Rop, Xop);
```

```
else
```

```
    fprintf('Zop = %8.4f - %8.4fj ohm/km\n\n', Rop, -Xop);
```

```
end
```



Exemplo 3 (Adaptado do Exemplo 4.4 do Stevenson)

Resposta:

```
>> exemplo_03  
Zop = 0.0835 + 0.5108j ohm/km
```

Curiosidade:

$X_{op}/R_{op} = 6.1174$

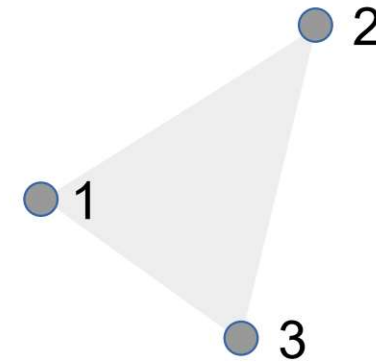
Essa é a motivação para algumas aplicações de sistemas de transmissão desprezarem as resistências!



Aplicação 3: LT 3# Assimétrica

LT trifásica com

- condutores quaisquer (sólidos ou cabos);
- iguais ou diferentes entre si; e
- espaçamento assimétrico:



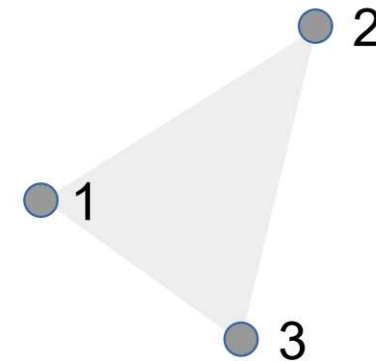
Não confunda 123 com componentes simétricas. **São posições!**
A distância entre as posições i e j é D_{ij} . O rmg do condutor i é D_{ii} .



Aplicação 3: LT 3# Assimétrica

LT trifásica com

- condutores quaisquer (sólidos ou cabos);
- iguais ou diferentes entre si; e
- espaçamento assimétrico:



Não confunda 123 com componentes simétricas. **São posições!**

A distância entre as posições i e j é D_{ij} . O rmg do condutor i é D_{ii} .

Para simplificar o desenvolvimento, vamos omitir as resistências. Com esse arranjo assimétrico, não há disposição de ABC que gere:

$$\begin{bmatrix} V_{A-A'} \\ V_{B-B'} \\ V_{C-C'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_s & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} \frac{V}{m}$$



Aplicação 3: LT 3# Assimétrica

Sem uma matriz de impedâncias equilibrada, a conversão para componentes simétricas não gera uma matriz diagonal!

O que fazer?



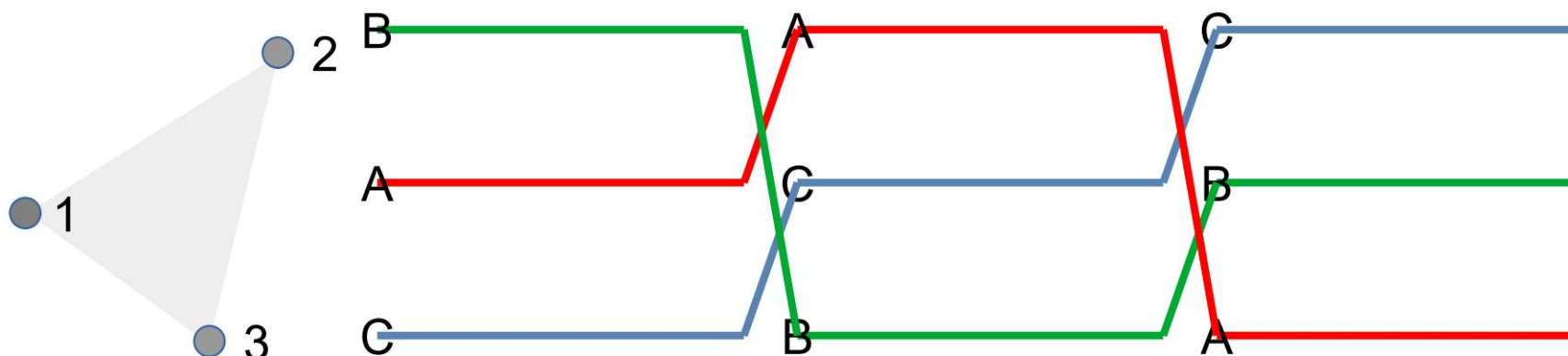
Aplicação 3: LT 3# Assimétrica

Sem uma matriz de impedâncias equilibrada, a conversão para componentes simétricas não gera uma matriz diagonal!

O que fazer?

A solução do problema se chama **TRANSPOSIÇÃO**.

Cada fase deve ocupar uma das posições disponíveis durante 1/3 da linha.





Aplicação 3: LT 3# Assimétrica

A matriz de indutâncias dessa LT em termos de 123 não muda devido a transposição:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \frac{\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{1}{D_{11}} & \ln \frac{1}{D_{12}} & \ln \frac{1}{D_{13}} \\ \ln \frac{1}{D_{21}} & \ln \frac{1}{D_{22}} & \ln \frac{1}{D_{23}} \\ \ln \frac{1}{D_{31}} & \ln \frac{1}{D_{32}} & \ln \frac{1}{D_{33}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \text{ Wb.volta/m}$$

Entretanto, as fases mudam de posição.

No 1º intervalo, temos ABC em 123. O fluxo concatenado de A é

$$\lambda_A^{(1)} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\ln \frac{1}{D_{11}} I_A + \ln \frac{1}{D_{12}} I_B + \ln \frac{1}{D_{13}} I_C \right]$$



Aplicação 3: LT 3# Assimétrica

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \frac{\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{1}{D_{11}} & \ln \frac{1}{D_{12}} & \ln \frac{1}{D_{13}} \\ \ln \frac{1}{D_{21}} & \ln \frac{1}{D_{22}} & \ln \frac{1}{D_{23}} \\ \ln \frac{1}{D_{31}} & \ln \frac{1}{D_{32}} & \ln \frac{1}{D_{33}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \text{ Wb.volta/m}$$

No 2º intervalo, temos ABC em 231. O fluxo concatenado de A é

$$\lambda_A^{(2)} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\ln \frac{1}{D_{21}} I_C + \ln \frac{1}{D_{22}} I_A + \ln \frac{1}{D_{23}} I_B \right]$$

No 3º intervalo, temos ABC em 312. O fluxo concatenado de A é

$$\lambda_A^{(3)} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\ln \frac{1}{D_{31}} I_B + \ln \frac{1}{D_{32}} I_C + \ln \frac{1}{D_{33}} I_A \right]$$



Aplicação 3: LT 3# Assimétrica

O fluxo concatenado médio da fase A será:

$$\lambda_A = \frac{\lambda_A^{(1)} + \lambda_A^{(2)} + \lambda_A^{(3)}}{3}$$

Substituindo os valores já calculados e repetindo para B e C:

$$\lambda_A = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\left(\ln \frac{1}{\sqrt[3]{D_{11} D_{22} D_{33}}} \right) I_A + \left(\ln \frac{1}{\sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{31}}} \right) I_B + \left(\ln \frac{1}{\sqrt[3]{D_{13} D_{21} D_{32}}} \right) I_C \right]$$

$$\lambda_B = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\left(\ln \frac{1}{\sqrt[3]{D_{21} D_{32} D_{13}}} \right) I_A + \left(\ln \frac{1}{\sqrt[3]{D_{22} D_{33} D_{11}}} \right) I_B + \left(\ln \frac{1}{\sqrt[3]{D_{23} D_{31} D_{12}}} \right) I_C \right]$$

$$\lambda_C = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\left(\ln \frac{1}{\sqrt[3]{D_{31} D_{12} D_{23}}} \right) I_A + \left(\ln \frac{1}{\sqrt[3]{D_{32} D_{13} D_{21}}} \right) I_B + \left(\ln \frac{1}{\sqrt[3]{D_{33} D_{11} D_{22}}} \right) I_C \right]$$

Observe que os termos da diagonal principal são iguais. Nomeamos: **Ls**.
O mesmo ocorre com os demais, sendo chamados de **Lm**.



Aplicação 3: LT 3# Assimétrica

Definindo:

$$L_s = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1}{\sqrt[3]{D_{11} D_{22} D_{33}}} \quad L_m = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1}{\sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{31}}}$$

O equacionamento da LT 3# assimétrica assume o mesmo formato anterior:

$$\begin{bmatrix} V_{A-A'} \\ V_{B-B'} \\ V_{C-C'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_s & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} \frac{V}{m}$$

Sendo equilibrada, a LT tem matriz 012 conhecida:

$$\begin{bmatrix} V_{0-0'} \\ V_{1-1'} \\ V_{2-2'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \frac{V}{m}$$

$$Z_0 = Z_s + 2 Z_m \Omega / m$$

$$Z_1 = Z_2 = Z_s - Z_m \Omega / m$$



Aplicação 3: LT 3# Assimétrica

Repetindo: Como não foi contabilizado o efeito da terra no campo magnético, o resultado obtido para a sequência 0 foi comprometido.

Contudo, o resultado obtido para sequência positiva da LT é válido. Podemos gerar uma expressão em termos da topologia da LT:

$$Z_1 = Z_s - Z_m = R + j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_m}{D_s} \Omega/m$$

Em que:

$$D_m = \sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{31}} \quad \text{Média geométrica das distâncias mútuas entre fases i e j.}$$

$$D_s = \sqrt[3]{D_{11} D_{22} D_{33}} \quad \text{Média geométrica das distâncias próprias entre i e i.}$$



Aplicação 3: LT 3# Assimétrica

Ds calculado como sendo a média geométrica dos rmg's dos condutores reais pode ser visto como o rmg de uma **LT equilateral equivalente!**

Se a linha é equilateral com condutores iguais, esse desenvolvimento também é válido. A LT equilateral é um caso particular desse desenvolvimento!

Conclusão: Ds é um tipo de **RMG** equivalente da LT assimétrica!



Aplicação 3: LT 3# Assimétrica

D_m calculado como a média geométrica das distâncias entre fases pode ser vista como a distância entre fases de uma **LT equilateral equivalente!**

Se a linha é equilateral com condutores iguais, esse desenvolvimento também é válido. A LT equilateral é um caso particular desse desenvolvimento!

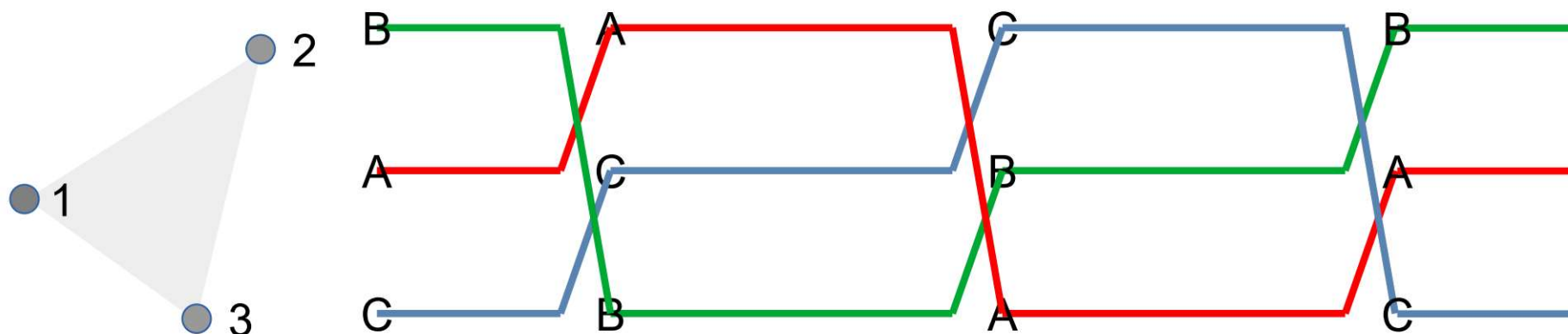
Conclusão: D_m é um tipo de distância mútua equivalente da LT assimétrica! Também chamado de **Distância Média Geométrica (DMG)**.



Aplicação 3: LT 3# Assimétrica

Na prática, o ciclo de transposição mostrado não é utilizado.

O usual é dividir a LT em parcelas $1/6 - 1/3 - 1/3 - 1/6$:



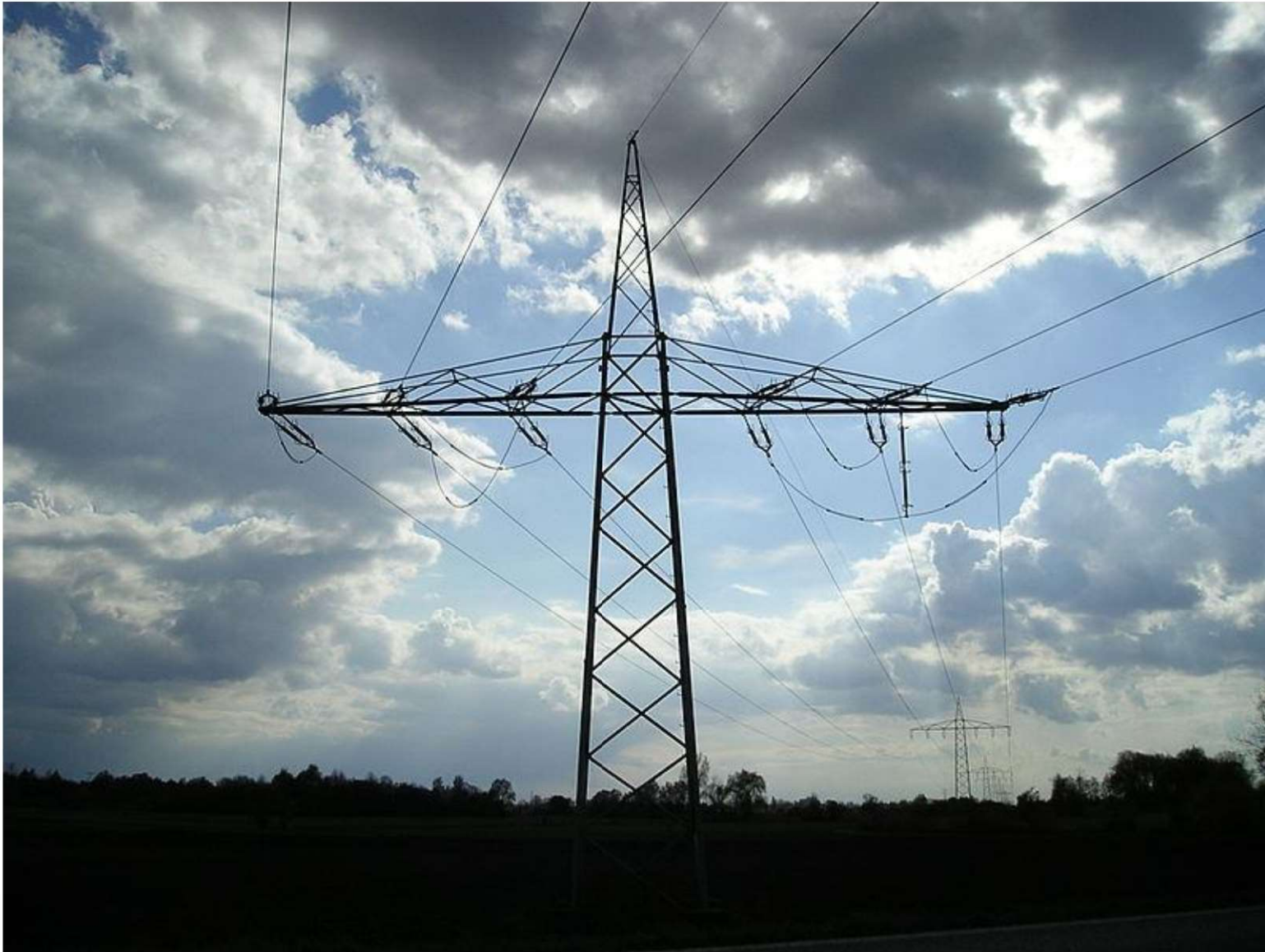
Desse modo, o arranjo das fases fica igual nos dois terminais da LT.

LT 3# Assimétrica + Transposição



A imagem foi obtida em um vídeo do Universo da Elétrica no youtube.
Não dá pra ver com clareza, mas trata-se de uma transposição!

LT 3# Assimétrica + Transposição



https://en.wikipedia.org/wiki/File:Verdrillmast_Oberwoehr.jpg

LT 3# Assimétrica + Transposição



https://en.wikipedia.org/wiki/File:Verdrillmast_Oberwoehr.jpg



Exemplo 4 (Adaptado do Exemplo 4.4 do Stevenson)

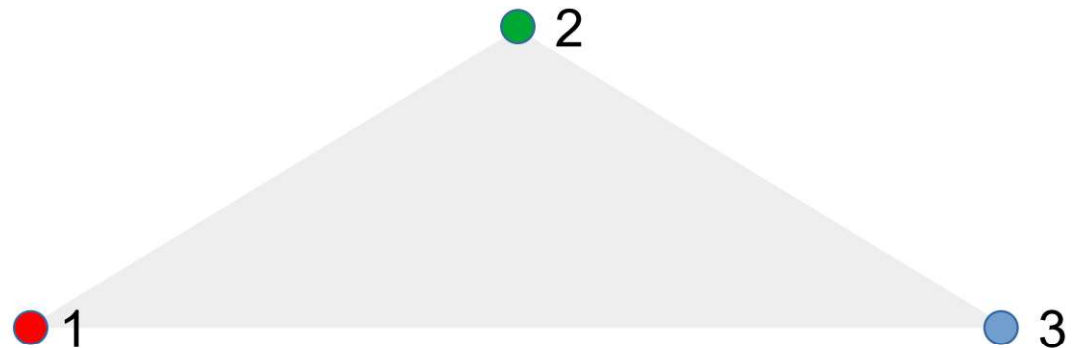
Uma LT 3# com 1 condutor por fase do tipo CAA Drake, opera em 60 Hz com temperatura 65°C. Calcule sua **impedância de sequência positiva em Ω/km** , sabendo que a LT é perfeitamente transposta e tem o arranjo como mostrado:

Dados:

$$D_{12} = 10 \text{ m}$$

$$D_{23} = 10 \text{ m}$$

$$D_{31} = 15 \text{ m}$$





Exemplo 4 (Adaptado do Exemplo 4.4 do Stevenson)

Dados:

Condutor	Bitola	Seção transversal (mm ²)		Formação do condutor				Diâmetro nominal (mm)		Peso nominal (kg/km)			Porcentagem no peso total (%)	
	AWG ou kcmil	Alumínio	Total	Alumínio		Aço		Alma de aço	Total	Alumínio	Aço	Total	Alumínio	Aço
				Nº de fios	Diâmetro (mm)	Nº de fios	Diâmetro (mm)							
Drake	795,0	402,92	468,51	26	4,442	7	3,454	10,36	28,13	1116,3	512,3	1628,7	68,5	31,5

Carga de ruptura (kgf)		Resistência elétrica (ohm/km)		Raio médio geométrico (m)	Reatância		Ampacidade (A)	Bitola	Condutor
Classe A	Classe B	CC 20°C	CA-60 Hz 75°C		Indutiva (ohm/km)	Capacitiva (Mohm.km)		AWG ou kcmil	
14266	13817	0,0717	0,0864	0,01142	0,3373	0,2035	1018	795,0	Drake



Exemplo 4 (Adaptado do Exemplo 4.4 do Stevenson)

Resposta:

```
%% Dados de Entrada
R75 = 0.0864;      % resistência do condutor, em ohm/km em 75°C
Top = 65;          % temperatura de operação da LT
T = -228;          % constante do Alumínio, em °C

rmg = 0.01142;     % raio médio geométrico, em m
D12 = 10;           % distância entre as fases 1 e 2, em m
D23 = 10;           % distância entre as fases 2 e 3, em m
D31 = 15;           % distância entre as fases 3 e 1, em m

cte = 2 * 1e-7;     % constante usada no cálculo de L, em H/m
f = 60;             % frequência de operação, em Hz
w = 2 * pi * f;     % frequência angular
```



Exemplo 4 (Adaptado do Exemplo 4.4 do Stevenson)

Resposta:

```
%% Processamento
% Resistência
Rop = R75 * (Top - T) / (75 - T);    % em ohm/km

% Reatância
Ds = rmg;
Dm = (D12 * D23 * D31)^(1/3);
L = cte * log(Dm / Ds);
Xop = w * L * 1000;                  % em ohm/km
```

```
%% Resultado
if(Xop >= 0)
    fprintf('Zop = %8.4f + %8.4fj ohm/km\n\n', Rop, Xop);
else
    fprintf('Zop = %8.4f - %8.4fj ohm/km\n\n', Rop, -Xop);
end
```



Exemplo 4 (Adaptado do Exemplo 4.4 do Stevenson)

Resposta:

$$\mathbf{Z_{op}} = 0.0835 + 0.5210j \text{ ohm/km}$$

Curiosidade:

$$X_{op}/R_{op} = 6.2360$$



Aplicação 4: LT 3# Assimétrica com mais de 1 condutor por fase

A ideia é converter em uma LT **equivalente** com 1 cond/fase.

Por exemplo:

● a ● a'

● b ● b'

Considere uma LT genérica
com 2 condutores por fase

● c ● c'

Etapa 1: Calcular o RMG dos condutores fictícios que representam cada fase:

$$Ds_A = \sqrt[4]{D_{aa} D_{aa'} D_{a'a} D_{a'a'}}$$

$$Ds_B = \sqrt[4]{D_{bb} D_{bb'} D_{b'b} D_{b'b'}}$$

$$Ds_C = \sqrt[4]{D_{cc} D_{cc'} D_{c'c} D_{c'c'}}$$



Aplicação 4: LT 3# Assimétrica com mais de 1 condutor por fase

A ideia é converter em uma LT **equivalente** com 1 cond/fase.

Por exemplo:

● a ● a'

● b ● b'

Considere uma LT genérica
com 2 condutores por fase

● c ● c'

Etapa 2: Calcular as distâncias entre as fases da LT equivalente:

$$Dm_{AB} = \sqrt[4]{D_{ab} D_{ab'} D_{a'b} D_{a'b'}}$$

$$Dm_{BC} = \sqrt[4]{D_{bc} D_{bc'} D_{b'c} D_{b'c'}}$$

$$Dm_{CA} = \sqrt[4]{D_{ca} D_{ca'} D_{c'a} D_{c'a'}}$$



Aplicação 4: LT 3# Assimétrica com mais de 1 condutor por fase

A ideia é converter em uma LT **equivalente** com 1 cond/fase.

Por exemplo:

Considere uma LT genérica
com 2 condutores por fase

● a ● a'

● b ● b'

● c ● c'

Etapa 3: Calcula indutância como se ela fosse uma LT assimétrica de 1 cond/fase.

$$Z_1 = Z_s - Z_m = R + j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_m}{D_s} \Omega/m$$

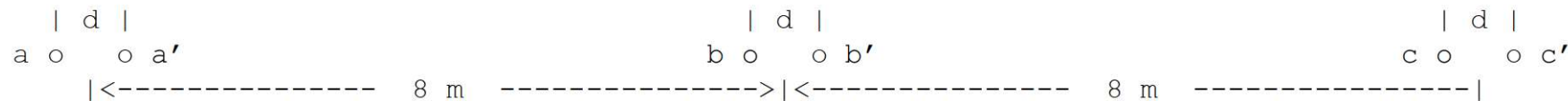
$$D_s = \sqrt[3]{D_{sA} D_{sB} D_{sC}}$$

$$D_m = \sqrt[3]{D_{mAB} D_{mBC} D_{mCA}}$$



Exemplo 5 (Adaptado do Exemplo 4.5 do Stevenson)

Cada condutor do conjunto de condutores por fase mostrado na figura a seguir é CAA Pheasant. Calcule a reatância por fase em ohm/km dessa estrutura, considerando $d = 45$ cm. Além disso, determine a reatância série em pu de uma LT com essa estrutura se seu comprimento é de 160 km e as bases do sistema forem 100 MVA – 345 kV.



Carga de ruptura (kgf)		Resistência elétrica (ohm/km)		Raio médio geométrico (m)	Reatância		Ampacidade (A)	Bitola AWG ou kcmil	Condutor
Classe A	Classe B	CC 20°C	CA-60 Hz 75°C		Indutiva (ohm/km)	Capacitiva (Mohm.km)			
19782	19240	0,0450	0,0553	0,01421	0,3208	0,1930	1353	1.272,0	Pheasant



Exemplo 5 (Adaptado do Exemplo 4.5 do Stevenson)

`%% Dados de Entrada`

```
rmg = 0.01421;    % raio médio geométrico, em m
D = 8;            % distância entre os feixes A e B, em m
d = 0.45;         % distância entre condutores de mesma fase, em m
Comp = 160;       % comprimento da LT, em km
SB = 100;         % Potência Base, em MVA
VB = 345;         % Tensão Base, em kV
ZB = VB^2 / SB;   % Impedância Base, em ohm

cte = 2 * 1e-7;   % constante usada no cálculo de L, em H/m
f = 60;           % frequência de operação, em Hz
w = 2 * pi * f;   % frequência angular
```



Exemplo 5 (Adaptado do Exemplo 4.5 do Stevenson)

```
%% Processamento

% Etapa 1
DsA = (rmg*d*rmg*d)^(1/4);
DsB = DsA;
DsC = DsA;

% Etapa 2
DmAB = (D*(D+d)*(D-d)*D)^(1/4);
DmBC = DmAB;
DmCA = ((2*D)*(2*D-d)*(2*D+d)*(2*D))^(1/4);

% Etapa 3
Ds = (DsA*DsB*DsC)^(1/3);
Dm = (DmAB*DmBC*DmCA)^(1/3);
L = cte * log(Dm / Ds);
Xop = w * L * 1000;           % em ohm/km

% Etapa 4
Xop_LT = Xop * Comp;         % em ohm
Xop_LT_pu = Xop_LT / ZB;     % em pu
```



Exemplo 5 (Adaptado do Exemplo 4.5 do Stevenson)

%% Resultado

```
fprintf('Xop          = %10.4f ohm/km\n', Xop);  
fprintf('Xop_LT       = %10.4f ohm\n', Xop_LT);  
fprintf('Xop_LT_pu = %10.4f pu\n\n', Xop_LT_pu);
```

Resposta:

```
Xop          =      0.3646 ohm/km  
Xop_LT       =     58.3408 ohms  
Xop_LT_pu    =      0.0490 pu
```

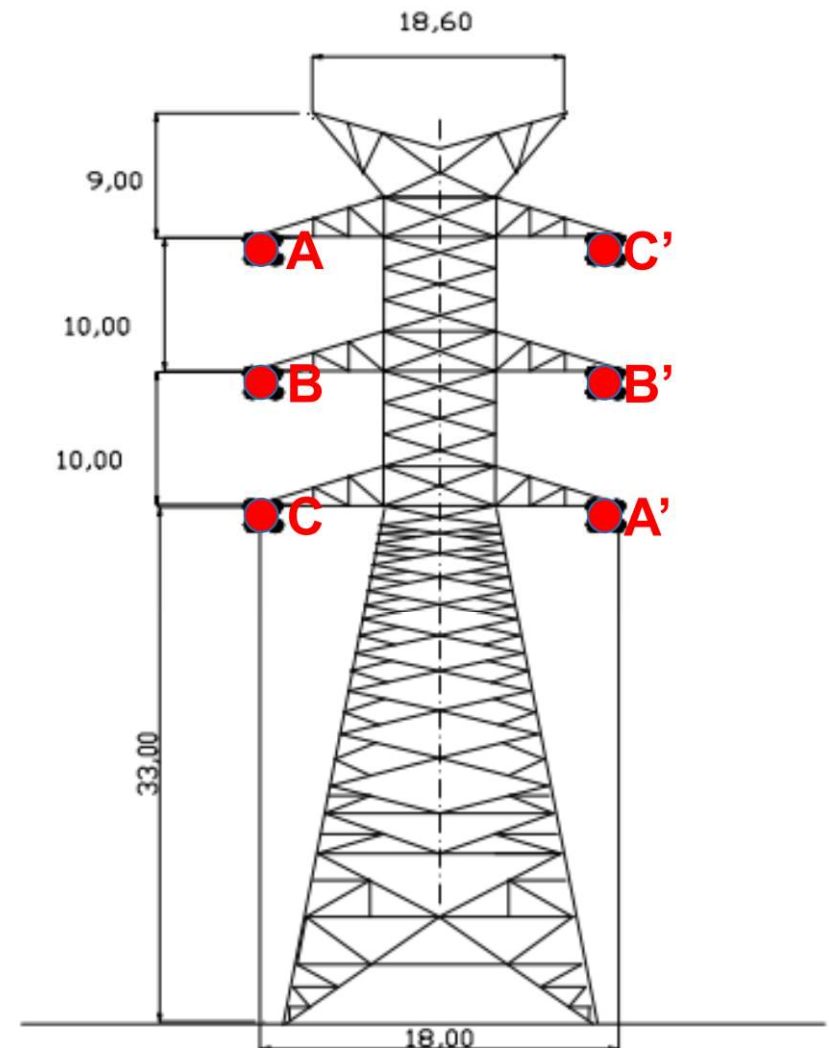


Exemplo 6

A torre mostrada a seguir é chamada de Torre de Circuito Duplo. Faltou desenhar a cadeia de isoladores... Paciência!

Em vez de modelar como 2 circuitos paralelos, considere que se trata de um único circuito com 2 condutores por fase.

Essa LT 3# utiliza condutores do tipo CAA **Grosbeak**, opera em 60 Hz e com temperatura 75°C. Calcule sua **impedância de sequência positiva em Ω/km** , sabendo que a LT é perfeitamente transposta.





Exemplo 6

Condutor	Bitola	Seção transversal (mm ²)		Formação do condutor				Diâmetro nominal (mm)		Peso nominal (kg/km)			Porcentagem no peso total (%)	
	AWG ou kcmil	Alumínio	Total	Alumínio		Aço		Alma de aço	Total	Alumínio	Aço	Total	Alumínio	Aço
				Nº de fios	Diâmetro (mm)	Nº de fios	Diâmetro (mm)							
Grosbeak	636,0	322,33	374,79	26	3,973	7	3,089	9,27	25,16	893,0	409,8	1302,8	68,5	31,5

Carga de ruptura (kgf)		Resistência elétrica (ohm/km)		Raio médio geométrico (m)	Reatância		Ampacidade (A)	Bitola	Condutor
Classe A	Classe B	CC 20°C	CA-60 Hz 75°C		Indutiva (ohm/km)	Capacitiva (Mohm.km)		AWG ou kcmil	
11412	11052	0,0896	0,1075	0,01021	0,3457	0,2089	887	636,0	Grosbeak



Exemplo 6

Resposta:

```
%% Dados de Entrada

R75 = 0.1075;    % resistência do condutor, em ohm/km em 75°C
                % não será preciso fazer conversão de temperatura.

rmg = 0.01021;   % raio médio geométrico, em m
Dh = 18;         % distância horizontal entre circuitos, em m
Dv = 10;         % distância vertical entre condutores de fase, em m

cte = 2 * 1e-7;  % constante usada no cálculo de L, em H/m
f = 60;          % frequência de operação, em Hz
w = 2 * pi * f;  % frequência angular

% Será preciso calcular hipotenusa de triângulo
Hyp = @(a,b) sqrt(a^2 + b^2);
```

A última linha é um tipo de atalho do Matlab para criar funções. Estamos criando uma função que retorna a hipotenusa de um triângulo com catetos a e b. Exemplo:

```
>> Hyp(3,4)

ans =

    5
```



Exemplo 6

Resposta:

```
%% Processamento

% Resistência
% Não tem correção de temperatura
% Lembre-se que são 2 cond/fase
Rop = R75/2; % em ohm/km

% Reatância

% Etapa 1
DsA = (rmg*Hyp(Dh,2*Dv)*Hyp(Dh,2*Dv)*rmg)^(1/4);
DsB = (rmg*Dh*Dh*rmg)^(1/4);
DsC = DsA;

% Etapa 2
DmAB = (Dv*Hyp(Dh,Dv)*Hyp(Dh,Dv)*Dv)^(1/4);
DmBC = DmAB;
DmCA = ((2*Dv)*Dh*Dh*(2*Dv))^(1/4);

% Etapa 3
Ds = (DsA*DsB*DsC)^(1/3);
Dm = (DmAB*DmBC*DmCA)^(1/3);
L = cte * log(Dm / Ds);
Xop = w * L * 1000; % em ohm/km
```



Exemplo 6

Resposta:

```
%% Resultado

if(Xop >= 0)
    fprintf('Zop = %8.4f + %8.4fj ohm/km\n\n', Rop, Xop);
else
    fprintf('Zop = %8.4f - %8.4fj ohm/km\n\n', Rop, -Xop);
end
```

Obtivemos:

$$\mathbf{Zop = 0.0537 + 0.2616j \text{ ohm/km}}$$

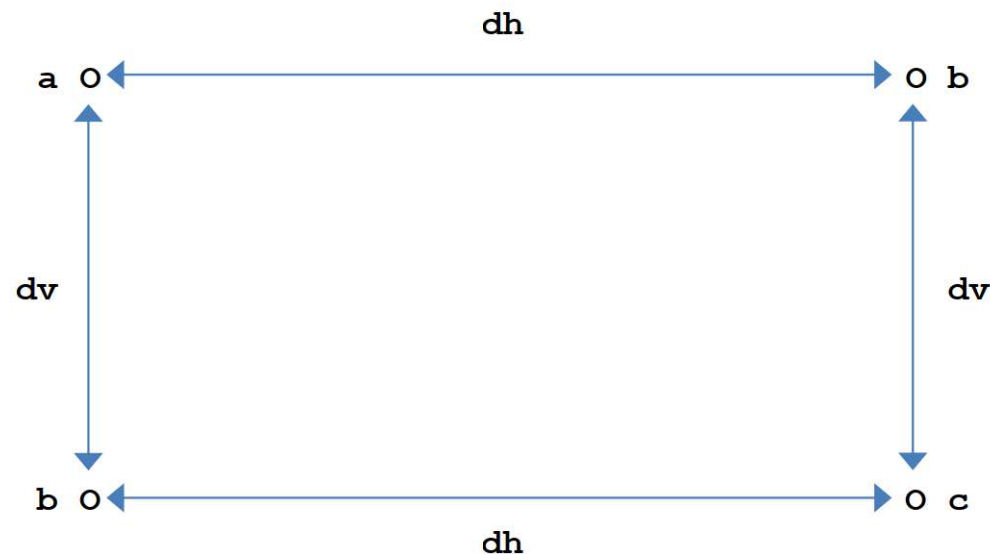


Exemplo 7

Cada condutor mostrado na figura a seguir é **Grosbeak**. Calcule a reatância de sequência positiva dessa LT, em ohm/km, sabendo que ela opera em 50 Hz e foi perfeitamente transposta, considerando:

- a) $dh = dv = 10$ m.
- b) $dh = dv = 12$ m.
- c) $dh = dv = 14$ m.

Qual das três linhas tem a maior indutância?





Exemplo 7

Condutor	Bitola	Seção transversal (mm ²)		Formação do condutor				Diâmetro nominal (mm)		Peso nominal (kg/km)			Porcentagem no peso total (%)	
	AWG ou kcmil	Alumínio	Total	Alumínio		Aço		Alma de aço	Total	Alumínio	Aço	Total	Alumínio	Aço
				Nº de fios	Diâmetro (mm)	Nº de fios	Diâmetro (mm)							
Grosbeak	636,0	322,33	374,79	26	3,973	7	3,089	9,27	25,16	893,0	409,8	1302,8	68,5	31,5

Carga de ruptura (kgf)		Resistência elétrica (ohm/km)		Raio médio geométrico (m)	Reatância		Ampacidade (A)	Bitola	Condutor
Classe A	Classe B	CC 20°C	CA-60 Hz 75°C		Indutiva (ohm/km)	Capacitiva (Mohm.km)		AWG ou kcmil	
11412	11052	0,0896	0,1075	0,01021	0,3457	0,2089	887	636,0	Grosbeak



Exemplo 7

Resposta:

```
% OBS:  
% As fases a, b1, b2 e c foram indicadas para o 1º segmento da transposição.  
% Com as transposições, cada fase passa 1/3 do comprimento em cada uma das  
% posições: superior esquerco, inferior direito e 2 condutores/fase.  
%  
% Resposta:  
%  
% Do catálogo:  
  
rmg = 0.01021; % em m  
  
% Cada letra tem dh e dv diferentes.  
  
dh = 10; % em m  
dv = 10; % em m
```



Exemplo 7

Resposta:

```
% A questão pede reatância de sequência positiva em ohm/km.
%
% Assumindo que sabemos calcular L1 em H/m:
%  $X_1 = 2 * \pi * f * L_1 * 1000$  (em ohm/km)
%
% Como obter L1?
%
% Tudo começa criando uma LT equivalente EQV1, que tenha 1 cond. por fase.
% Chamaremos de EQV1, com fases A, B e C.
%
% EQV1 também é perfeitamente transposta, de modo que as letras servem
% apenas como referência para o primeiro segmento de transposição.
%
% "A" modela o condutor identificado por "a".
% Como "a" já tem 1 cond/fase:

DsA = rmg; % em m
```



Exemplo 7

Resposta:

```
% "B" modela o par de condutores identificado por "b".  
% É preciso fazer B equivalente...  
  
diagonal = sqrt(dh^2 + dv^2);  
DsB = (rmg * diagonal * diagonal * rmg)^(1/4); % em m  
  
% "C" modela o condutor identificado por "c".  
% Como "c" tem 1 cond/fase:  
  
DsC = rmg; % em m  
  
% Distâncias próprias de EQV1: OK.  
% Vamos obter as distâncias mútuas...  
  
DAB = sqrt(dh*dv); % em m  
DBC = sqrt(dh*dv); % em m  
DCA = diagonal; % em m
```



Exemplo 7

Resposta:

```
% EQV1 está completa.
fprintf('EQV1 (LT trifásica assimétrica com 1 cond/fase - ABC:\n');
fprintf('DsA = %8.5f m\n', DsA);
fprintf('DsB = %8.5f m\n', DsB);
fprintf('DsC = %8.5f m\n', DsC);
fprintf('DAB = %8.5f m\n', DAB);
fprintf('DBC = %8.5f m\n', DBC);
fprintf('DCA = %8.5f m\n', DCA);
fprintf('-----\n\n');

% EQV1 é assimétrica.
% O próximo passo é criar uma LT simétrica equivalente.
% Chamaremos de EQV2, com fases X, Y e Z.
% Como EQV2 é simétrica, os condutores X, Y e Z tem o mesmo Ds.

Ds = (DsA*DsB*DsC)^(1/3);

% As distâncias mútuas também são iguais: DXY = DYZ = DZX = Dm.

Dm = (DAB*DBC*DCA)^(1/3);
```



Exemplo 7

Resposta:

```
% EQV2 está completa.
fprintf('EQV2 (LT trifásica simétrica com 1 cond/fase - XYZ:\n');
fprintf('Ds = DsX = DsY = DsZ = %8.5f m\n', Ds);
fprintf('Dm = DXY = DYZ = DZX = %8.5f m\n', Dm);
fprintf('-----\n\n');

% EQV2 é simétrica.
% O próximo passo é calcular L1.

L1 = 2e-7 * log(Dm/Ds); % em H/m

% De posse de L1, podemos calcular X1.

X1 = 2 * pi * 50 * L1 * 1000; % em ohm/km

% Resultado

fprintf('Resultado:\n');
fprintf('L1 = %8.5f microH/m\n', 1e6*L1);
fprintf('X1 = %8.5f ohm/km\n', X1);
fprintf('-----\n\n');
```



Exemplo 7

Resposta:

EQV1 (LT trifásica assimétrica com 1 cond/fase - ABC:

DsA = 0.01021 m

DsB = 0.37999 m

DsC = 0.01021 m

DAB = 10.00000 m

DBC = 10.00000 m

DCA = 14.14214 m

EQV2 (LT trifásica simétrica com 1 cond/fase - XYZ:

Ds = DsX = DsY = DsZ = 0.03409 m

Dm = DXY = DYZ = DZX = 11.22462 m

Resultado:

L1 = 1.15938 microH/m

X1 = 0.36423 ohm/km



Exemplo 7

Resposta:

EQV1 (LT trifásica assimétrica com 1 cond/fase - ABC:

DsA = 0.01021 m

DsB = 0.41626 m

DsC = 0.01021 m

DAB = 12.00000 m

DBC = 12.00000 m

DCA = 16.97056 m

EQV2 (LT trifásica simétrica com 1 cond/fase - XYZ:

Ds = DsX = DsY = DsZ = 0.03514 m

Dm = DXY = DYZ = DZX = 13.46954 m

Resultado:

L1 = 1.18977 microH/m

X1 = 0.37378 ohm/km



Exemplo 7

Resposta:

EQV1 (LT trifásica assimétrica com 1 cond/fase - ABC:

DsA = 0.01021 m

DsB = 0.44961 m

DsC = 0.01021 m

DAB = 14.00000 m

DBC = 14.00000 m

DCA = 19.79899 m

EQV2 (LT trifásica simétrica com 1 cond/fase - XYZ:

Ds = DsX = DsY = DsZ = 0.03605 m

Dm = DXY = DYZ = DZX = 15.71447 m

Resultado:

L1 = 1.21546 microH/m

X1 = 0.38185 ohm/km



Exemplo 7

Resposta:

Para 10 m: $X_1 = 0.36423 \text{ ohm/km}$

Para 12 m: $X_1 = 0.37378 \text{ ohm/km}$

Para 14 m: $X_1 = 0.38185 \text{ ohm/km}$

Conclusão: **Aumentar o espaçamento aumenta a indutância da LT!**



Modelo Elétrico de Linhas de Transmissão

Indutância

Helon David de Macêdo Braz
helon@cear.ufpb.br