



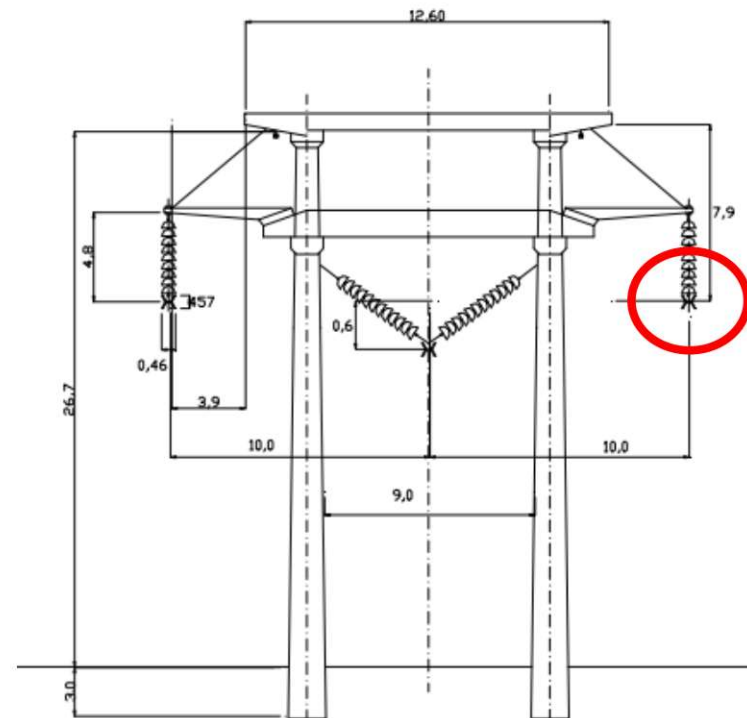
Modelo Elétrico de Linhas de Transmissão

Capacitância

Helon David de Macêdo Braz
helon@cear.ufpb.br



Considere uma LT como mostrada:

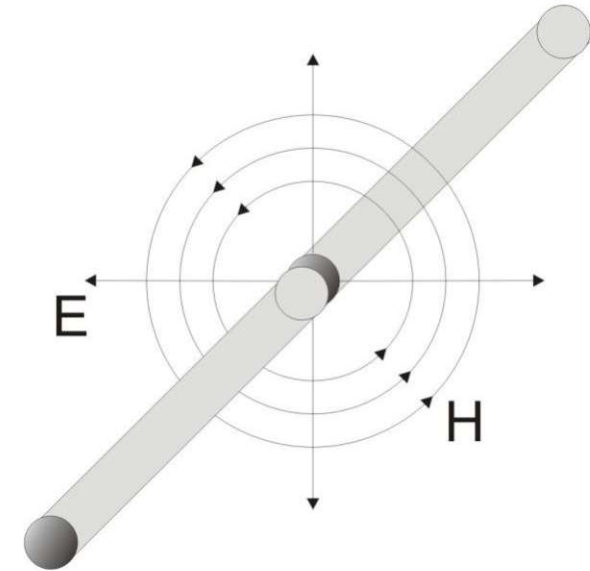


Concentre sua atenção no condutor de uma das fases, supondo que

- 1) O comprimento é **infinito**;
- 2) O raio do condutor é r , medido em metros;
- 3) A corrente é I , do tipo CA, medida em A; e
- 4) O condutor encontra-se energizado com tensão fase-terra V , em V;
- 5) O efeito da terra nos campos gerados é desprezível.



Campos magnético H e elétrico E são gerados nas imediações do condutor em virtude de I e V , conforme indicado na figura:



Pela lei de Gauss:

$$\oint_{\text{cilindro}} D_s dS = q_{\text{confinada}}$$

A superfície de integração pode ser qualquer, mas nesse caso é preferível defini-la como um cilindro para aproveitar a simetria de E .

D_s é a densidade de fluxo elétrico, sendo válida para o ar a igualdade $E = D_s / \epsilon_0$.



Fica claro que as linhas de campo cortam a superfície do cilindro exclusivamente na sua lateral, não havendo fluxo no topo ou na base. Mais que isso, D_s é normal e constante em toda a superfície do cilindro.

Desse modo:

$$qL = D_s (2\pi xL)$$

$$D_s = \frac{q}{2\pi x} \text{ C/m}^2$$

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 x} \text{ V/m}$$

Sendo: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$

$$\oint_{\text{cilindro}} D_s dS = q_{\text{confinada}}$$

LTs: Diferença de Potencial entre 2 pontos



Para obter a diferença de potencial entre dois pontos distantes D_1 e D_2 de um condutor cilíndrico como modelado no slide anterior, é preciso calcular a seguinte integral:

$$\Delta V_{12} = \int_{D_1}^{D_2} E dx$$

$$\Delta V_{12} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \int_{D_1}^{D_2} \frac{1}{x} dx$$

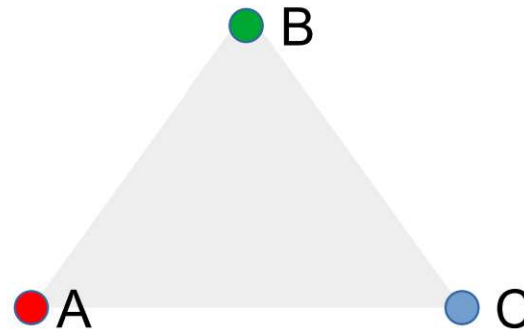
$$\Delta V_{12} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{D_2}{D_1} \right) V$$

Observe o termo logarítmico:

- distância final está no numerador
- distância inicial está no denominador



Aplicação 1: LT 3# Equilateral com Fios Sólidos



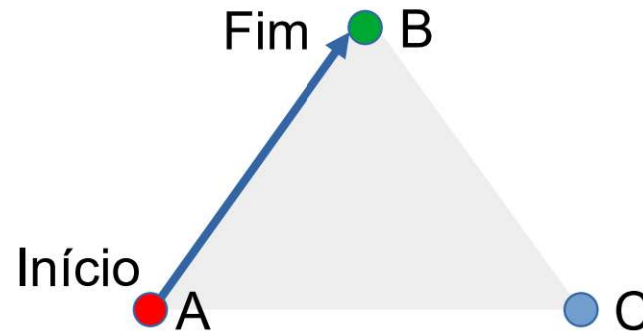
Supondo que são três condutores idênticos de raio r e que a terra está distante ao ponto de ser possível desprezar seu efeito nas linhas de campo elétrico, o cálculo das diferenças de potencial entre condutores deve ser feito superpondo os efeitos ocasionados pelas cargas em cada um dos condutores: q_a , q_b e q_c .

Para começar:

Queremos calcular a diferença de potencial entre A e B: V_{AB}
Teremos 3 termos...



Aplicação 1: LT 3# Equilateral com Fios Sólidos



Tomando A como referência:

Distância inicial vai para o denominador e distância final vai para numerador:

$$V_{ab}^{(a)} = \frac{q_a}{2 \pi \epsilon_0} \ln \left(\frac{D}{r} \right) V$$

Repetindo o processo para B e C, podemos sobrepor as três diferenças de potencial para obter Vab...



Aplicação 1: LT 3# Equilateral com Fios Sólidos

$$V_{ab}^{(a)} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{D}{r}\right) V$$

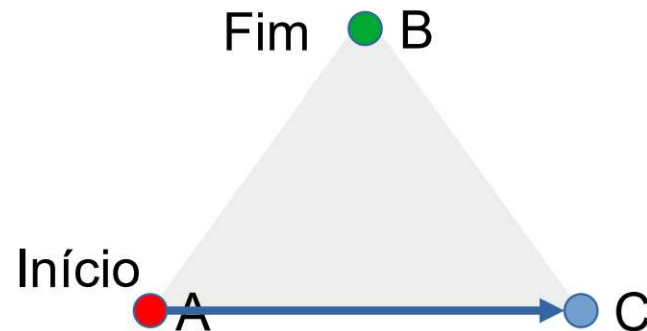
$$V_{ab}^{(b)} = \frac{q_b}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r}{D}\right) V$$

$$V_{ab}^{(c)} = \frac{q_c}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{D}{D}\right) V$$

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \ln\left(\frac{D}{r}\right) + q_b \ln\left(\frac{r}{D}\right) \right] V$$



Aplicação 1: LT 3# Equilateral com Fios Sólidos

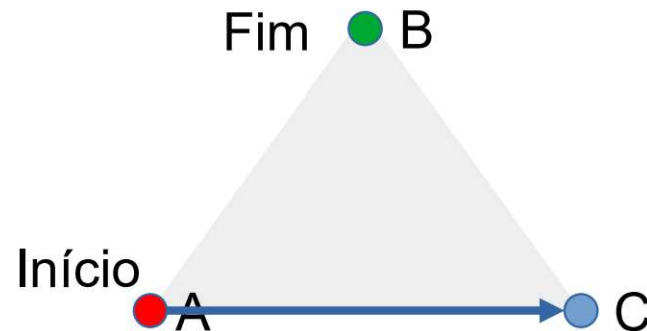


Aplicando o mesmo procedimento para calcular V_{ac} :

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \ln \left(\frac{D}{r} \right) + q_c \ln \left(\frac{r}{D} \right) \right] V$$



Aplicação 1: LT 3# Equilateral com Fios Sólidos



Aplicando o mesmo procedimento para calcular V_{ac} :

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \ln \left(\frac{D}{r} \right) + q_c \ln \left(\frac{r}{D} \right) \right] V$$

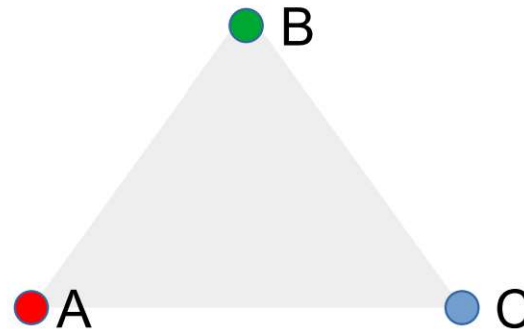
Para um sistema trifásico equilibrado, vale a igualdade: $V_{ab} + V_{ac} = 3V_{an}$

Assim:

$$V_{an} = \frac{1}{3} \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[2q_a \ln \left(\frac{D}{r} \right) + (q_b + q_c) \ln \left(\frac{r}{D} \right) \right] V$$



Aplicação 1: LT 3# Equilateral com Fios Sólidos



Supondo que não há outras cargas nas imediações da LT: $q_a + q_b + q_c = 0$

De modo que podemos reescrever:

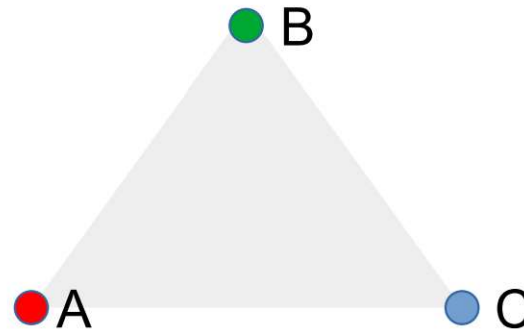
$$V_{an} = \frac{1}{3} \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \left[2 \ln \left(\frac{D}{r} \right) - \ln \left(\frac{r}{D} \right) \right] V$$

$$V_{an} = \frac{1}{3} \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{D^3}{r^3} \right) V$$

$$V_{an} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{D}{r} \right) V$$



Aplicação 1: LT 3# Equilateral com Fios Sólidos



Relembrando a definição de capacitância:

$$V_{an} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{D}{r}\right) V$$

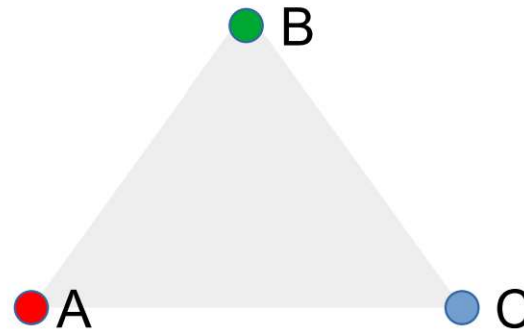
Implica em:

$$C_{an} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{D}{r}\right)} F/m$$

Essa capacitância da fase A escrita como função de q_a é a capacitância C_1 da LT.



Aplicação 2: LT 3# Equilateral com Cabos (Filamentos)



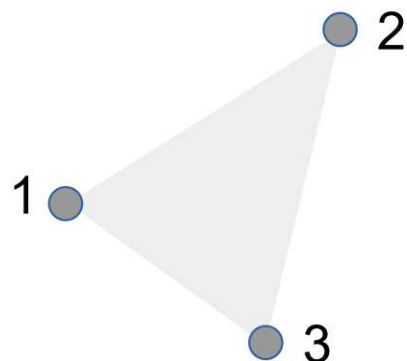
Todo o desenvolvimento é válido.

Não há diferença uma vez que o campo elétrico existe fora dos condutores.

$$C_{\text{an}} = \frac{2 \pi \epsilon_0}{\ln \left(\frac{D}{r} \right)} F / m$$

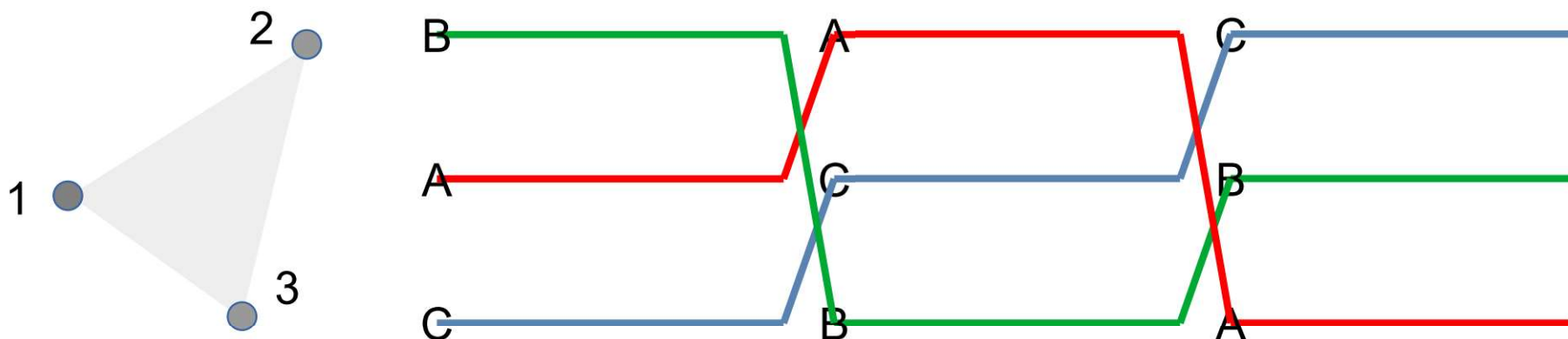


Aplicação 3: LT 3# com espaçamento assimétrico genérica



Distâncias entre posições:
→ D_{12} , D_{23} e D_{31}
→ raios r

O espaçamento assimétrico provoca assimetria nas capacitâncias. Para restabelecer a simetria, utiliza-se o mesmo artifício adotado nas análises de indutância: **Transposição**.



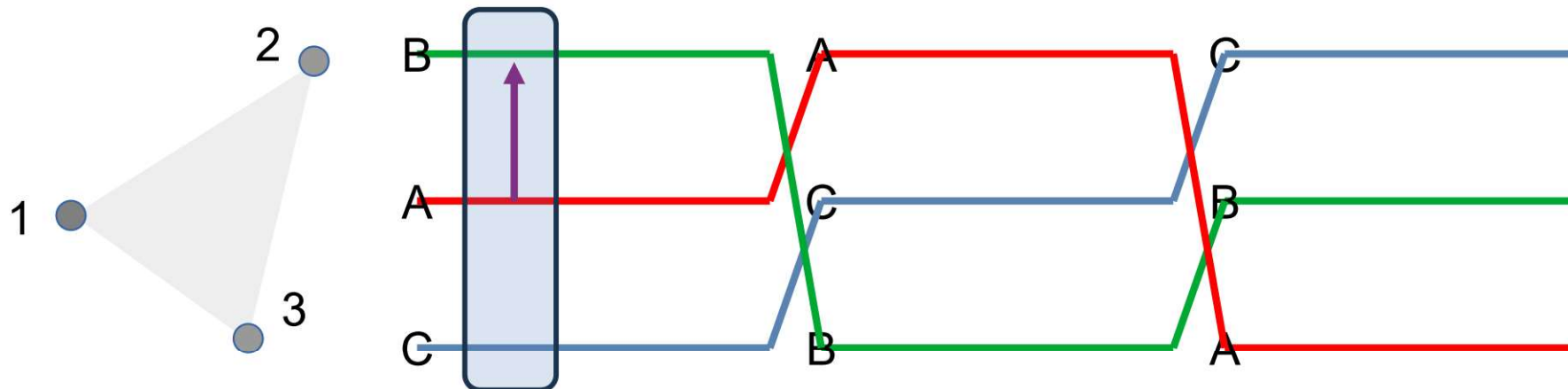


Aplicação 3: LT 3# com espaçamento assimétrico genérica

Tomando como base essa LT perfeitamente transposta, teremos três tensões V_{ab} . Uma para cada segmento da transposição. Indicaremos o segmento usando um expoente:

Lembrete: nos $\ln$, distâncias final no numerador e inicial no denominador.

$$V_{ab}^{(1)} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[\overset{\text{Ref. A}}{q_a \ln\left(\frac{D_{12}}{r}\right)} + \overset{\text{Ref. B}}{q_b \ln\left(\frac{r}{D_{12}}\right)} + \overset{\text{Ref. C}}{q_c \ln\left(\frac{D_{23}}{D_{31}}\right)} \right] V$$



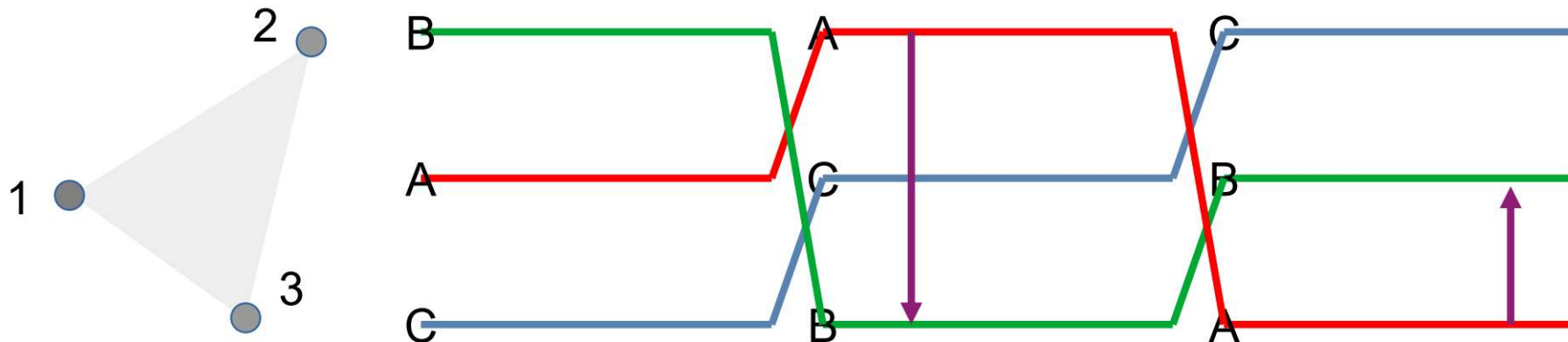


Aplicação 3: LT 3# com espaçamento assimétrico genérica

Prosseguindo para os segmentos 2 e 3:

$$V_{ab}^{(2)} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \ln \left(\frac{D_{23}}{r} \right) + q_b \ln \left(\frac{r}{D_{23}} \right) + q_c \ln \left(\frac{D_{31}}{D_{12}} \right) \right] V$$

$$V_{ab}^{(3)} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \ln \left(\frac{D_{31}}{r} \right) + q_b \ln \left(\frac{r}{D_{31}} \right) + q_c \ln \left(\frac{D_{12}}{D_{23}} \right) \right] V$$





Aplicação 3: LT 3# com espaçamento assimétrico genérica

Uma aproximação para a tensão V_{ab} válida ao longo de todo o comprimento da LT é a média observada nos 3 trechos:

$$V_{ab} = \frac{1}{3} \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \ln \left(\frac{D_{12} D_{23} D_{31}}{r^3} \right) + q_b \ln \left(\frac{r^3}{D_{12} D_{23} D_{31}} \right) + q_c \ln \left(\frac{D_{12} D_{23} D_{31}}{D_{12} D_{23} D_{31}} \right) \right] V$$

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \ln \left(\frac{\sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{31}}}{r} \right) + q_b \ln \left(\frac{r}{\sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{31}}} \right) \right] V$$

Aplicando o mesmo procedimento:

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \ln \left(\frac{\sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{31}}}{r} \right) + q_c \ln \left(\frac{r}{\sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{31}}} \right) \right] V$$



Aplicação 3: LT 3# com espaçamento assimétrico genérica

Novamente: $V_{ab} + V_{ac} = 3V_{an}$

Então, podemos escrever uma expressão para V_{an} :

$$V_{an} = \frac{1}{3} \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[2q_a \ln \left(\frac{D_m}{r} \right) + (q_b + q_c) \ln \left(\frac{r}{D_m} \right) \right] V$$

Em que: $D_m = \sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{31}}$

Supondo novamente que não há outras cargas nas imediações da LT:

$$q_a + q_b + q_c = 0$$



Aplicação 3: LT 3# com espaçamento assimétrico genérica

Substituindo q_b e q_c :

$$V_{an} = \frac{1}{3} \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \left[2 \ln \left(\frac{D_m}{r} \right) - \ln \left(\frac{r}{D_m} \right) \right] V$$

$$V_{an} = \frac{1}{3} \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{D_m^3}{r^3} \right) V$$

$$V_{an} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{D_m}{r} \right) V$$

Finalmente:

$$C_{an} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \left(\frac{D_m}{r} \right)} F/m$$

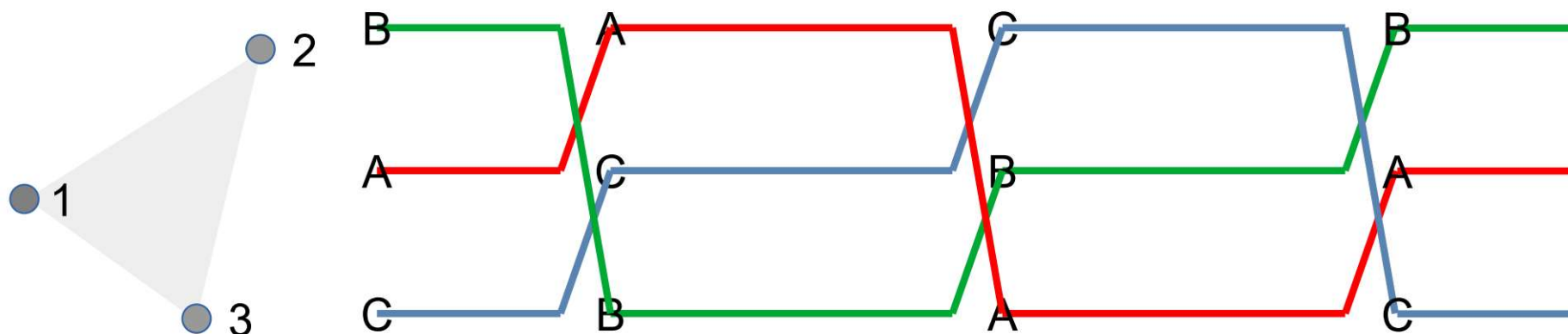
Observe que essa expressão é similar aquela obtida para a LT 3# equilateral.
É como se D_m fosse o espaçamento de uma LT equilateral equivalente!



Lembrete:

Na prática, o ciclo de transposição mostrado não é utilizado.

O usual é dividir a LT em parcelas $1/6 - 1/3 - 1/3 - 1/6$:



Desse modo, o arranjo das fases fica igual nos dois terminais da LT.

Matematicamente, não há diferença!

Nesse exemplo usamos cabos iguais. **O que mudaria com cabos diferentes?**



Exemplo 1 (Adaptado de Stevenson 5.2):

Calcule a capacitância de sequência positiva em derivação (F/m) e a susceptância associada (S/km) de uma LT trifásica assimétrica perfeitamente transposta como ilustrado a seguir:

Dados:

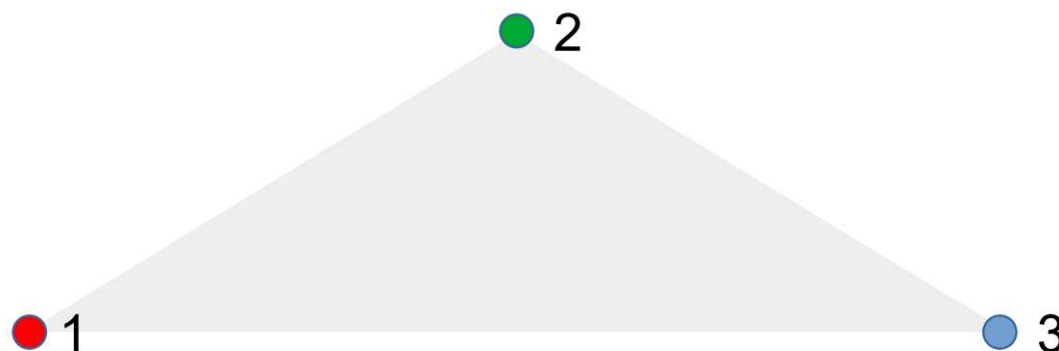
1 condutor por fase: **Hawk**

60 Hz

$D_{12} = 10 \text{ m}$

$D_{23} = 10 \text{ m}$

$D_{31} = 15 \text{ m}$



Supondo que o comprimento dessa LT seja de 250 km e sua tensão de operação normal 230 kV, obtenha sua reatância para o neutro em pu.

Adote: $S_B = 100 \text{ MVA}$.

LT 3# Assimétrica + Transposição: Exemplo



Exemplo 1 (Adaptado de Stevenson 5.2):

Resposta:

Condutor	Bitola	Seção transversal (mm ²)		Formação do condutor				Diâmetro nominal (mm)		Peso nominal (kg/km)			Porcentagem no peso total (%)	
	AWG ou kcmil	Alumínio	Total	Alumínio		Aço		Alma de aço	Total	Alumínio	Aço	Total	Alumínio	Aço
				Nº de fios	Diâmetro (mm)	Nº de fios	Diâmetro (mm)							
Hawk	477,0	241,51	280,85	26	3,439	7	2,675	8,03	21,78	669,1	307,3	976,4	68,5	31,5

Carga de ruptura (kgf)		Resistência elétrica (ohm/km)		Raio médio geométrico (m)	Reatância		Ampacidade (A)	Bitola	Condutor
Classe A	Classe B	CC 20°C	CA-60 Hz 75°C		Indutiva (ohm/km)	Capacitiva (Mohm.km)		AWG ou kcmil	
8869	8599	0,1196	0,1435	0,00884	0,3566	0,2158	739	477,0	Hawk



Exemplo 1 (Adaptado de Stevenson 5.2):

Resposta:

```
%% Dados de Entrada

r = 1e-3 * 21.78/2; % em m
D12 = 10;           % distância entre as fases 1 e 2, em m
D23 = 10;           % distância entre as fases 2 e 3, em m
D31 = 15;           % distância entre as fases 3 e 1, em m

e0 = 8.85 * 1e-12; % F/m
cte = 2 * pi * e0; % constante usada no cálculo de L, em H/m
f = 60;            % frequência de operação, em Hz
w = 2 * pi * f;    % frequência angular

Comp = 250;        % comprimento, em km
VB = 230;          % tensão base, em kV
SB = 100;          % potência 3# base, em MVA
YB = SB/VB^2;      % admitância base, em S
```



Exemplo 1 (Adaptado de Stevenson 5.2):

Resposta:

```
%% Processamento

Deq = (D12 * D23 * D31)^(1/3); % em m
C = cte / log(Deq / r); % em F/m
Y = 1e3 * lj * w * C; % S/km

YLT = Y * Comp; % em S
YLTpu = YLT / YB; % em pu

% Potência consumida pela admitância:
SLT1 = 230^2 * conj(YLT); % em MVA
SLT2 = (1^2 * conj(YLTpu)) * SB; % em MVA
```



Exemplo 1 (Adaptado de Stevenson 5.2):

Resposta:

```
%% Resultado
```

```
printComplex = @(x) sprintf('(%10.4f,%10.4f) ou (%10.4f@%10.4f)' ...  
    ,real(x),imag(x),abs(x),angle(x)*180/pi);
```

```
fprintf('Deq    = %10.4f m\n', Deq);  
fprintf('C      = %10.4f pF/m\n', le12 * C);  
fprintf('Y      = %s uS/km\n', printComplex(1e6 * Y));  
fprintf('YLT    = %s uS\n', printComplex(1e6 * YLT));  
fprintf('YLTpu  = %s pu\n', printComplex(YLTpu));  
fprintf('SLT1   = %s MVA\n', printComplex(SLT1));  
fprintf('SLT2   = %s MVA\n', printComplex(SLT2));
```

```
Deq    =    11.4471 m  
C      =     7.9921 pF/m  
Y      = (    0.0000,    3.0129) ou (    3.0129@    90.0000) uS/km  
YLT    = (    0.0000,   753.2370) ou (   753.2370@    90.0000) uS  
YLTpu  = (    0.0000,    0.3985) ou (    0.3985@    90.0000) pu  
SLT1   = (    0.0000,  -39.8462) ou (   39.8462@   -90.0000) MVA  
SLT2   = (    0.0000,  -39.8462) ou (   39.8462@   -90.0000) MVA
```



Aplicação 4: LT 3# Assimétrica com mais de 1 condutor por fase

A ideia é converter em uma LT **equivalente** com 1 condutor/fase.

Por exemplo:

Considere uma LT genérica
com 2 condutores por fase

● a ● a'

● b ● b'

● c ● c'

Etapa 1: Calcular o **RAIOS** dos condutores fictícios que representam cada fase:

$$Ds_A = \sqrt[4]{D_{aa} D_{aa'} D_{a'a} D_{a'a'}}$$

$$Ds_B = \sqrt[4]{D_{bb} D_{bb'} D_{b'b} D_{b'b'}}$$

$$Ds_C = \sqrt[4]{D_{cc} D_{cc'} D_{c'c} D_{c'c'}}$$



Aplicação 4: LT 3# Assimétrica com mais de 1 condutor por fase

A ideia é converter em uma LT **equivalente** com 1 condutor/fase.

Por exemplo:

● a ● a'

Considere uma LT genérica
com 2 condutores por fase

● b ● b'

● c ● c'

Etapa 2: Calcular as distâncias entre as fases da LT equivalente (igual L_1):

$$Dm_{AB} = \sqrt[4]{D_{ab} D_{ab'} D_{a'b} D_{a'b'}}$$

$$Dm_{BC} = \sqrt[4]{D_{bc} D_{bc'} D_{b'c} D_{b'c'}}$$

$$Dm_{CA} = \sqrt[4]{D_{ca} D_{ca'} D_{c'a} D_{c'a'}}$$



Aplicação 4: LT 3# Assimétrica com mais de 1 condutor por fase

A ideia é converter em uma LT **equivalente** com 1 cond/fase.

Por exemplo:

Considere uma LT genérica
com 2 condutores por fase

● a ● a'

● b ● b'

● c ● c'

Etapa 3: Calcula capacitância como se fosse uma LT assimétrica de 1 cond/fase.

$$C_{an} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{D_m}{D_s}\right)} F/m$$

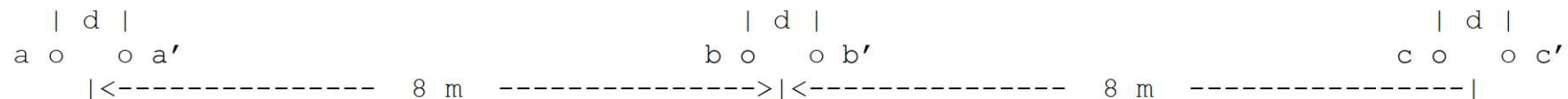
$$D_s = \sqrt[3]{D_{sA} D_{sB} D_{sC}}$$

$$D_m = \sqrt[3]{D_{mAB} D_{mBC} D_{mCA}}$$



Exemplo 2 (Adaptado do Exemplo 5.3 do Stevenson)

Cada condutor do conjunto de condutores por fase mostrado na figura a seguir é CAA Pheasant. Calcule a susceptância de sequência positiva para o neutro da LT apresentada, em S/km, e considerando $d = 45$ cm. Além disso, determine a admitância em derivação Y_1 , em pu, de uma LT com essa estrutura se seu comprimento é de 160 km e as bases do sistema forem 100 MVA – 345 kV.



Exemplos



Resposta:

Condutor	Bitola	Seção transversal (mm ²)		Formação do condutor				Diâmetro nominal (mm)		Peso nominal (kg/km)			Porcentagem no peso total (%)	
	AWG ou kcmil	Alumínio	Total	Alumínio		Aço		Alma de aço	Total	Alumínio	Aço	Total	Alumínio	Aço
				Nº de fios	Diâmetro (mm)	Nº de fios	Diâmetro (mm)							
Pheasant	1,272,0	644,75	726,39	54	3,899	19	2,339	11,70	35,09	1795,0	639,0	2434,0	73,7	26,3

Carga de ruptura (kgf)		Resistência elétrica (ohm/km)		Raio médio geométrico (m)	Reatância		Ampacidade (A)	Bitola	Condutor
Classe A	Classe B	CC 20°C	CA-60 Hz 75°C		Indutiva (ohm/km)	Capacitiva (Mohm.km)		AWG ou kcmil	
19782	19240	0,0450	0,0553	0,01421	0,3208	0,1930	1353	1.272,0	Pheasant



Resposta:

```
%% Dados de Entrada

r = 1e-3 * 35.09/2;    % raio, em m
D = 8;                 % distância entre os feixes A e B, em m
d = 0.45;              % distância entre condutores de mesma fase, em m
Comp = 160;            % comprimento da LT, em km
SB = 100;              % Potência Base, em MVA
VB = 345;              % Tensão Base, em kV
YB = SB / VB^2;        % Impedância Base, em ohm

e0 = 8.85 * 1e-12;     % F/m
cte = 2 * pi * e0;     % constante usada no cálculo de L, em H/m
f = 60;                % frequência de operação, em Hz
w = 2 * pi * f;        % frequência angular
```



Resposta:

```
%% Processamento

% Etapa 1
DsA = (r*d*r*d)^(1/4);
DsB = DsA;
DsC = DsA;

% Etapa 2
DmAB = (D*(D+d)*(D-d)*D)^(1/4);
DmBC = DmAB;
DmCA = ((2*D)*(2*D-d)*(2*D+d)*(2*D))^(1/4);

% Etapa 3
Ds = (DsA*DsB*DsC)^(1/3);
Dm = (DmAB*DmBC*DmCA)^(1/3);
C1 = cte / log(Dm / Ds);      % em F/m
B1 = 1e3 * w * C1;           % S/km

% Etapa 4
B1_LT = B1 * Comp;           % em S
B1_LT_pu = B1_LT / YB;       % em pu
```



Resposta:

```
%% Resultado
```

```
fprintf('C1      = %10.4f pF/m\n', 1e12 * C1);  
fprintf('B1      = %10.4f uS/km\n', 1e6 * B1);  
fprintf('B1_LT    = %10.4f mS\n', 1e3 * B1_LT);  
fprintf('Y1_LT_pu = %10.4fj pu\n', B1_LT_pu);
```

Impressão no Matlab:

C1	=	11.7545 pF/m
B1	=	4.4313 uS/km
B1_LT	=	0.7090 mS
Y1_LT_pu	=	0.8439j pu

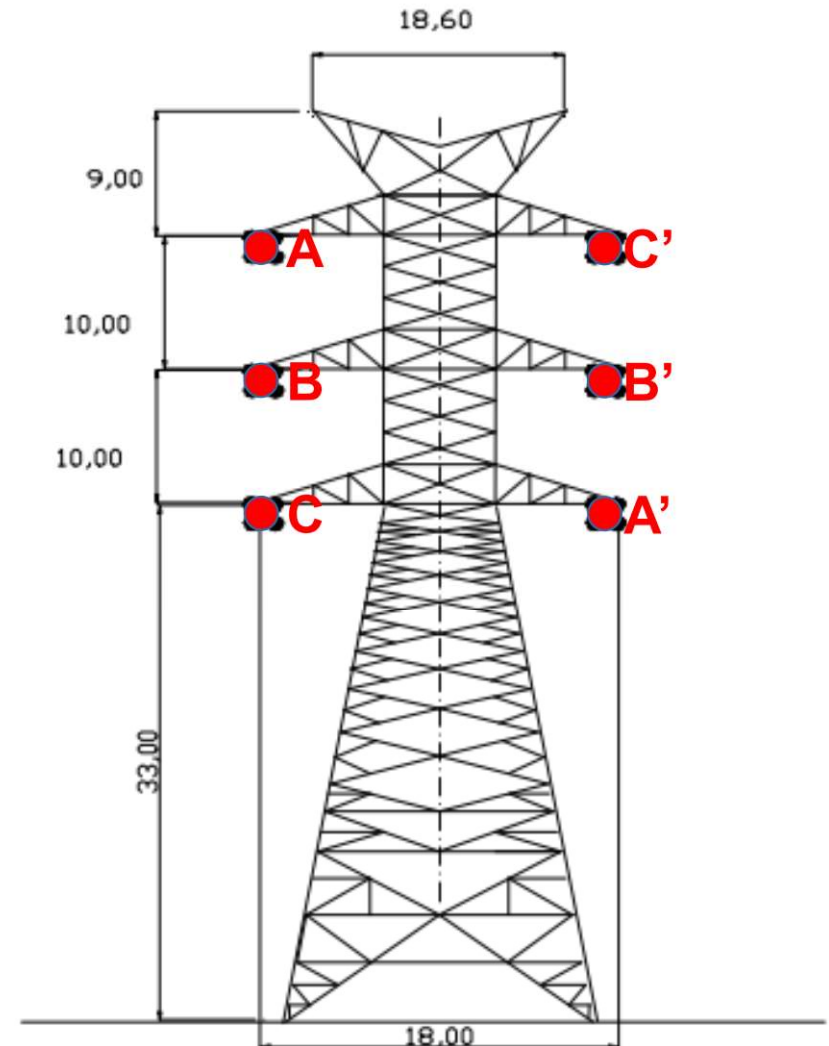


Exemplo 3

A torre mostrada a seguir é chamada de Torre de Circuito Duplo. Faltou desenhar a cadeia de isoladores... Paciência!

Em vez de modelar como 2 circuitos paralelos, considere que se trata de um único circuito com 2 condutores por fase.

Essa LT 3# utiliza condutores do tipo CAA **Grosbeak**, opera em 60 Hz e com temperatura 75°C. Calcule sua **susceptância shunt de sequência positiva, em S/km**, sabendo que a LT é perfeitamente transposta.





Exemplo 3

Condutor	Bitola	Seção transversal (mm ²)		Formação do condutor				Diâmetro nominal (mm)		Peso nominal (kg/km)			Porcentagem no peso total (%)	
	AWG ou kcmil	Alumínio	Total	Alumínio		Aço		Alma de aço	Total	Alumínio	Aço	Total	Alumínio	Aço
				Nº de fios	Diâmetro (mm)	Nº de fios	Diâmetro (mm)							
Grosbeak	636,0	322,33	374,79	26	3,973	7	3,089	9,27	25,16	893,0	409,8	1302,8	68,5	31,5

Carga de ruptura (kgf)		Resistência elétrica (ohm/km)		Raio médio geométrico (m)	Reatância		Ampacidade (A)	Bitola	Condutor
Classe A	Classe B	CC 20°C	CA-60 Hz 75°C		Indutiva (ohm/km)	Capacitiva (Mohm.km)		AWG ou kcmil	
11412	11052	0,0896	0,1075	0,01021	0,3457	0,2089	887	636,0	Grosbeak



Exemplo 3

Resposta:

```
%% Dados de Entrada

raio = 1e-3*25.16/2;    % raio, em m
Dh = 18;                % distância horizontal entre circuitos, em m
Dv = 10;                % distância vertical entre condutores de fase, em m

e0 = 8.85e-12;          % constante usada no cálculo de C, em F/m
f = 60;                 % frequência de operação, em Hz
w = 2 * pi * f;         % frequência angular

% Será preciso calcular hipotenusa de triângulo
Hyp = @(a,b) sqrt(a^2 + b^2);
```

A última linha é um tipo de atalho do Matlab para criar funções. Estamos criando uma função que retorna a hipotenusa de um triângulo com catetos a e b. Exemplo:

```
>> Hyp(3,4)

ans =

     5
```



Exemplo 3

Resposta:

```
%% Processamento

% Susceptância

% Etapa 1
DsA = (raio*Hyp(Dh,2*Dv)*Hyp(Dh,2*Dv)*raio)^(1/4);
DsB = (raio*Dh*Dh*raio)^(1/4);
DsC = DsA;

% Etapa 2
DmAB = (Dv*Hyp(Dh,Dv)*Hyp(Dh,Dv)*Dv)^(1/4);
DmBC = DmAB;
DmCA = ((2*Dv)*Dh*Dh*(2*Dv))^(1/4);

% Etapa 3
Ds = (DsA*DsB*DsC)^(1/3);
Dm = (DmAB*DmBC*DmCA)^(1/3);
C1 = 2*pi*e0/log(Dm/Ds);      % em F/m
B1 = w*C1*1e3;                % em S/km
```



Exemplo 3

Resposta:

%% Resultado

```
fprintf('raio = %8.4f m.\n', raio);  
fprintf('DsA  = %8.4f m.\n', DsA);  
fprintf('DsB  = %8.4f m.\n', DsB);  
fprintf('DsC  = %8.4f m.\n', DsC);  
fprintf('DmAB = %8.4f m.\n', DmAB);  
fprintf('DmBC = %8.4f m.\n', DmBC);  
fprintf('DmCA = %8.4f m.\n', DmCA);  
fprintf('Ds   = %8.4f m.\n', Ds);  
fprintf('Dm   = %8.4f m.\n', Dm);  
fprintf('C1   = %8.4f pF/m.\n', C1*1e12);  
fprintf('B1   = %8.4f uS/km.\n', B1*1e6);
```

```
raio =    0.0126 m.  
DsA  =    0.5818 m.  
DsB  =    0.4759 m.  
DsC  =    0.5818 m.  
DmAB =   14.3497 m.  
DmBC =   14.3497 m.  
DmCA =   18.9737 m.  
Ds   =    0.5441 m.  
Dm   =   15.7499 m.  
C1   =   16.5226 pF/m.  
B1   =    6.2289 uS/km.
```

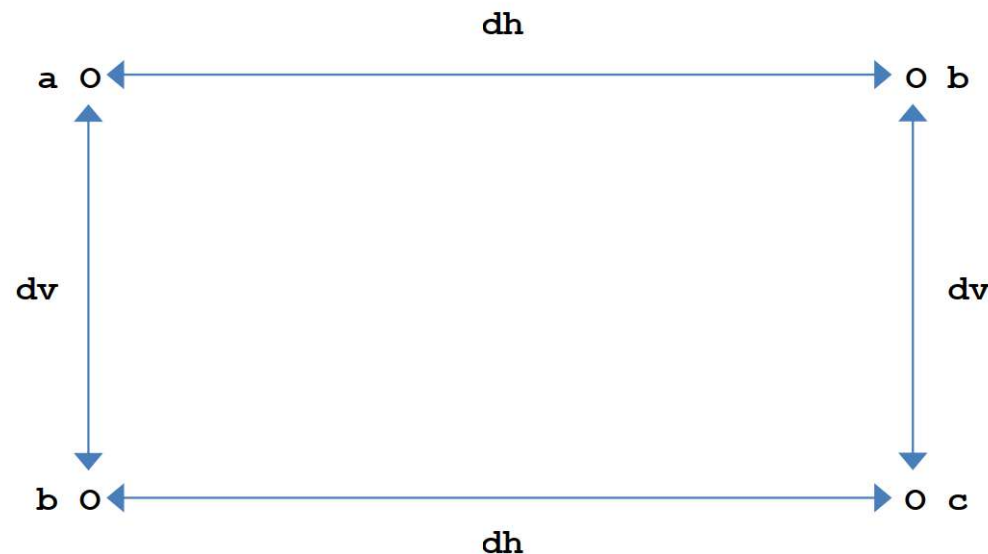


Exemplo 4

Cada condutor mostrado na figura a seguir é **Grosbeak**. Calcule a admitância shunt de sequência positiva dessa LT, em S/km, sabendo que ela opera em 50 Hz e foi perfeitamente transposta, considerando:

- a) $d_h = d_v = 10$ m.
- b) $d_h = d_v = 12$ m.
- c) $d_h = d_v = 14$ m.

Qual das três linhas tem a maior capacitância?





Exemplo 4

Condutor	Bitola	Seção transversal (mm²)		Formação do condutor				Diâmetro nominal (mm)		Peso nominal (kg/km)			Porcentagem no peso total (%)	
	AWG ou kcmil	Alumínio	Total	Alumínio		Aço		Alma de aço	Total	Alumínio	Aço	Total	Alumínio	Aço
				Nº de fios	Diâmetro (mm)	Nº de fios	Diâmetro (mm)							
Grosbeak	636,0	322,33	374,79	26	3,973	7	3,089	9,27	25,16	893,0	409,8	1302,8	68,5	31,5

Carga de ruptura (kgf)		Resistência elétrica (ohm/km)		Raio médio geométrico (m)	Reatância		Ampacidade (A)	Bitola	Condutor
Classe A	Classe B	CC 20°C	CA-60 Hz 75°C		Indutiva (ohm/km)	Capacitiva (Mohm.km)		AWG ou kcmil	
11412	11052	0,0896	0,1075	0,01021	0,3457	0,2089	887	636,0	Grosbeak



Exemplo 4

Resposta:

```
% OBS:  
% As fases a, b1, b2 e c foram indicadas para o 1º segmento da transposição.  
% Com as transposições, cada fase passa 1/3 do comprimento em cada uma das  
% posições: superior esquerdo, inferior direito e 2 condutores/fase.  
%  
% Resposta:  
%  
% Do catálogo:  
  
raio = 1e-3*25.16/2; % em m  
  
% Cada letra tem dh e dv diferentes.  
  
dh = 14; % em m  
dv = 14; % em m
```



Exemplo 4

Resposta:

```
% A questão pede admitância shunt de sequência positiva em S/km.  
%  
% Assumindo que sabemos calcular C1 em F/m:  
%  $Y1 = 1j * 2 * pi * f * C1 * 1000$  (em S/km)  
%  
% Como obter C1?  
%  
% Tudo começa criando uma LT equivalente EQV1, que tenha 1 cond. por fase.  
% Chamaremos de EQV1, com fases A, B e C.  
%  
% EQV1 também é perfeitamente transposta, de modo que as letras servem  
% apenas como referência para o primeiro segmento de transposição.  
%  
% "A" modela o condutor identificado por "a".  
% Como "a" já tem 1 cond/fase:  
  
DsA = raio; % em m
```



Exemplo 4

Resposta:

```
% "B" modela o par de condutores identificado por "b".  
% É preciso fazer B equivalente...  
  
diagonal = sqrt(dh^2 + dv^2);  
DsB = (raio * diagonal * diagonal * raio)^(1/4); % em m  
  
% "C" modela o condutor identificado por "c".  
% Como "c" tem 1 cond/fase:  
  
DsC = raio; % em m  
  
% Distâncias próprias de EQV1: OK.  
% Vamos obter as distâncias mútuas...  
  
DAB = sqrt(dh*dv); % em m  
DBC = sqrt(dh*dv); % em m  
DCA = diagonal; % em m
```



Exemplo 4

Resposta:

```
% EQV1 está completa.
fprintf('EQV1 (LT trifásica assimétrica com 1 cond/fase - ABC:\n');
fprintf('DsA = %8.5f m\n', DsA);
fprintf('DsB = %8.5f m\n', DsB);
fprintf('DsC = %8.5f m\n', DsC);
fprintf('DAB = %8.5f m\n', DAB);
fprintf('DBC = %8.5f m\n', DBC);
fprintf('DCA = %8.5f m\n', DCA);
fprintf('-----\n\n');

% EQV1 é assimétrica.
% O próximo passo é criar uma LT simétrica equivalente.
% Chamaremos de EQV2, com fases X, Y e Z.
% Como EQV2 é simétrica, os condutores X, Y e Z tem o mesmo Ds.

Ds = (DsA*DsB*DsC)^(1/3);

% As distâncias mútuas também são iguais: DXY = DYZ = DZX = Dm.

Dm = (DAB*DBC*DCA)^(1/3);
```



Exemplo 4

Resposta:

```
% EQV2 está completa.
fprintf('EQV2 (LT trifásica simétrica com 1 cond/fase - XYZ:\n');
fprintf('Ds = DsX = DsY = DsZ = %8.5f m\n', Ds);
fprintf('Dm = DXY = DYZ = DZX = %8.5f m\n', Dm);
fprintf('-----\n\n');

% EQV2 é simétrica.
% O próximo passo é calcular C1.

C1 = 2 * pi * 8.85e-12 / log(Dm/Ds); % em F/m

% De posse de C1, podemos calcular Y1.

B1 = 2 * pi * 50 * C1 * 1000; % em S/km

% Resultado

fprintf('Resultado:\n');
fprintf('C1 = %8.5f picoF/m\n', 1e12*C1);
fprintf('Y1 = %8.5fj microS/km\n', 1e6*B1);
fprintf('-----\n\n');
```



Exemplo 4

Resposta:

EQV1 (LT trifásica assimétrica com 1 cond/fase - ABC:

DsA = 0.01258 m

DsB = 0.42179 m

DsC = 0.01258 m

DAB = 10.00000 m

DBC = 10.00000 m

DCA = 14.14214 m

EQV2 (LT trifásica simétrica com 1 cond/fase - XYZ:

Ds = DsX = DsY = DsZ = 0.04057 m

Dm = DXY = DYZ = DZX = 11.22462 m

Resultado:

C1 = 9.88914 picoF/m

Y1 = 3.10676j microS/km



Exemplo 4

Resposta:

```
EQV1 (LT trifásica assimétrica com 1 cond/fase - ABC:  
DsA = 0.01258 m  
DsB = 0.46205 m  
DsC = 0.01258 m  
DAB = 12.00000 m  
DBC = 12.00000 m  
DCA = 16.97056 m
```

```
EQV2 (LT trifásica simétrica com 1 cond/fase - XYZ:  
Ds = DsX = DsY = DsZ = 0.04182 m  
Dm = DXY = DYZ = DZX = 13.46954 m
```

Resultado:

```
C1 = 9.62896 picoF/m  
Y1 = 3.02503j microS/km
```



Exemplo 4

Resposta:

```
EQV1 (LT trifásica assimétrica com 1 cond/fase - ABC:
```

```
DsA = 0.01258 m
```

```
DsB = 0.49907 m
```

```
DsC = 0.01258 m
```

```
DAB = 14.00000 m
```

```
DBC = 14.00000 m
```

```
DCA = 19.79899 m
```

```
-----
```

```
EQV2 (LT trifásica simétrica com 1 cond/fase - XYZ:
```

```
Ds = DsX = DsY = DsZ = 0.04290 m
```

```
Dm = DXY = DYZ = DZX = 15.71447 m
```

```
-----
```

```
Resultado:
```

```
C1 = 9.41943 picoF/m
```

```
Y1 = 2.95920j microS/km
```

```
-----
```



Exemplo 4

Resposta:

Para 10 m: $C1 = 9.88914 \text{ pF/m}$

Para 12 m: $C1 = 9.62896 \text{ pF/m}$

Para 14 m: $C1 = 9.41943 \text{ pF/m}$

Conclusão: **Aumentar o espaçamento diminui a capacitância da LT!**



Exemplo 4 – Comparação indutâncias versus capacitâncias...

Para 10 m: $L1 = 1.15938 \text{ microH/m}$

Para 12 m: $L1 = 1.18977 \text{ microH/m}$

Para 14 m: $L1 = 1.21546 \text{ microH/m}$

Conclusão: **Aumentar o espaçamento aumenta a indutância da LT!**

Para 10 m: $C1 = 9.88914 \text{ pF/m}$

Para 12 m: $C1 = 9.62896 \text{ pF/m}$

Para 14 m: $C1 = 9.41943 \text{ pF/m}$

Conclusão: **Aumentar o espaçamento diminui a capacitância da LT!**

```
L1 = [1.15938 1.18977 1.21546];  
C1 = [9.88914 9.62896 9.41943];  
  
disp (L1 .* C1);  
  
% L1vezesC1  
%      11.4653      11.4562      11.4489
```

Por quê?



Modelo Elétrico de Linhas de Transmissão

Capacitância

Helon David de Macêdo Braz
helon@cear.ufpb.br