



Modelo Elétrico de Transformadores

2 enrolamentos (2W)

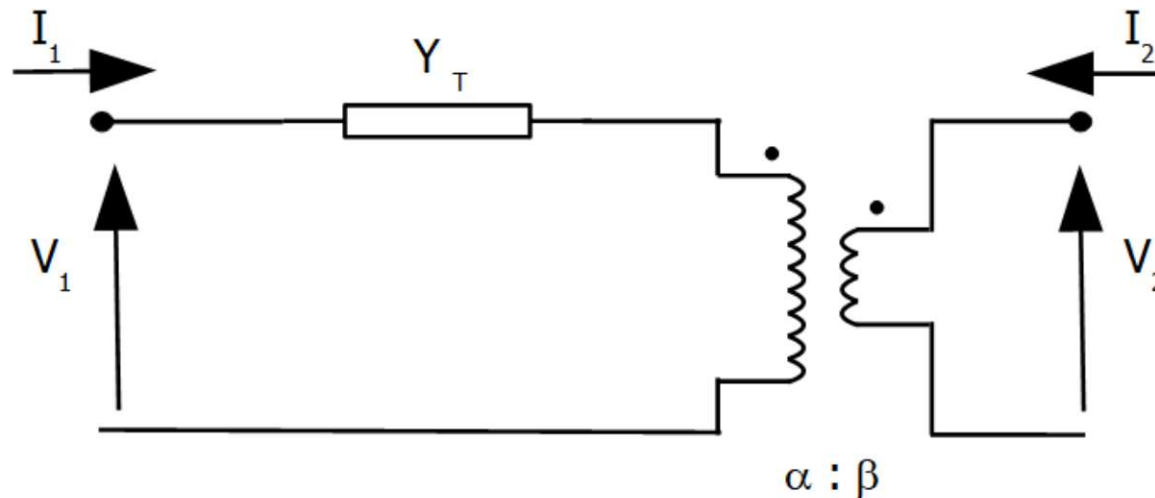
Helon David de Macêdo Braz
helon@cear.ufpb.br



Na aula anterior...

Obtivemos a Ynodal de um transformador monofásico com 2 enrolamentos:

1# - 2W



$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -(\frac{\alpha}{\beta}) \\ -(\frac{\alpha}{\beta}) & (\frac{\alpha}{\beta})^2 \end{bmatrix} Y_T \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

Mas, se os sistemas são trifásicos, qual a importância desse modelo?



Transformadores Trifásicos com 2 enrolamentos: 3# - 2W

O transformador 3# pode ser obtido pela ligação de 3 transformadores monofásicos como estudados antes formando um banco ou por uma única unidade projetada para ser trifásica.

Do ponto de vista dos modelos matemáticos, essas duas opções são **equivalentes**.

Cada nível de tensão do transformador tem 3 enrolamentos que podem ser conectados essencialmente de 4 formas: Y, YT, YZG e Δ .

Para 2W, são 16 possibilidades!



Transformadores 3# - 2W

Apesar dessas 16 possibilidades teóricas, poucos arranjos são realmente utilizados. Na rede da Chesf, que predomina no NE, geralmente se tem:

500 kV, 230 kV e 138 kV ligados em YT;
69 kV ligado em Δ ; e
13.8 kV "depende"...

De modo geral, a vantagem de usar um banco com unidades 1# é na confiabilidade. Caso uma unidade precise sair de operação, é possível operar providenciando apenas uma nova unidade monofásica.

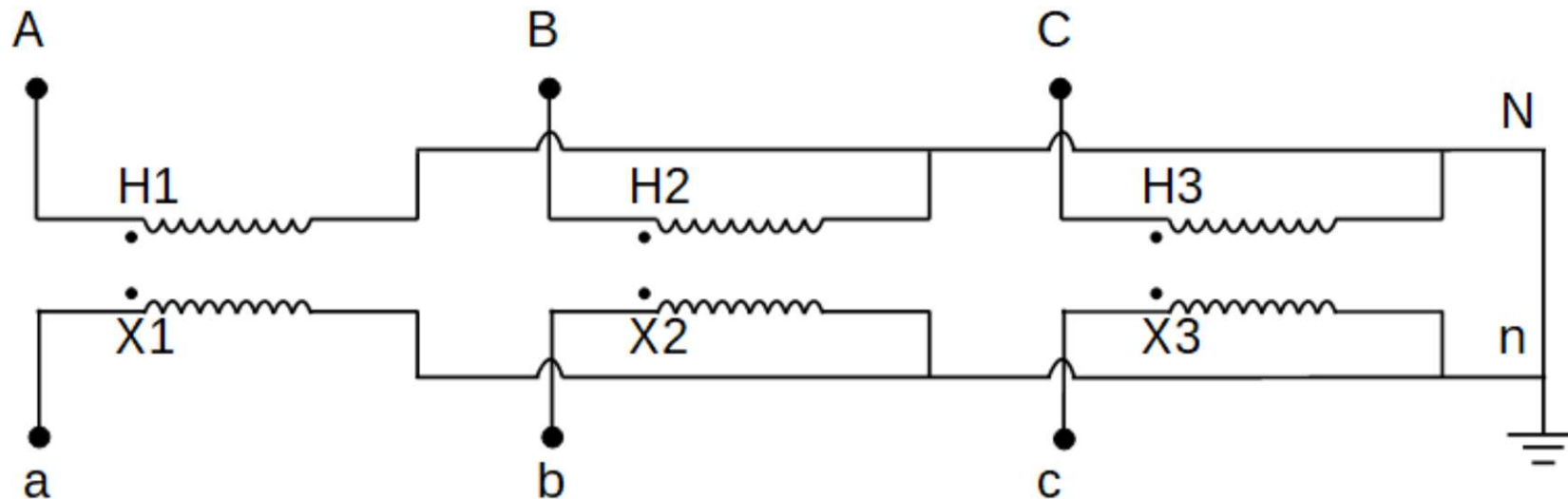
Por outro lado, o transformador trifásico tem como vantagem a possibilidade de usar um núcleo menor e conseqüentemente, demandar menos espaço.



Transformadores 3# - 2W: Desenho

Há duas formas comumente usadas para desenhar transformadores 3#.

Considere um transformador 3# - 2W ligado no arranjo YT – YT. **Forma 1:**



Observe:

As marcações de Alta Tensão (AT) com H e as de Baixa Tensão (BT) com X.

A identificação das fases, respeitando os acoplamentos (Aa, Bb e Cc).

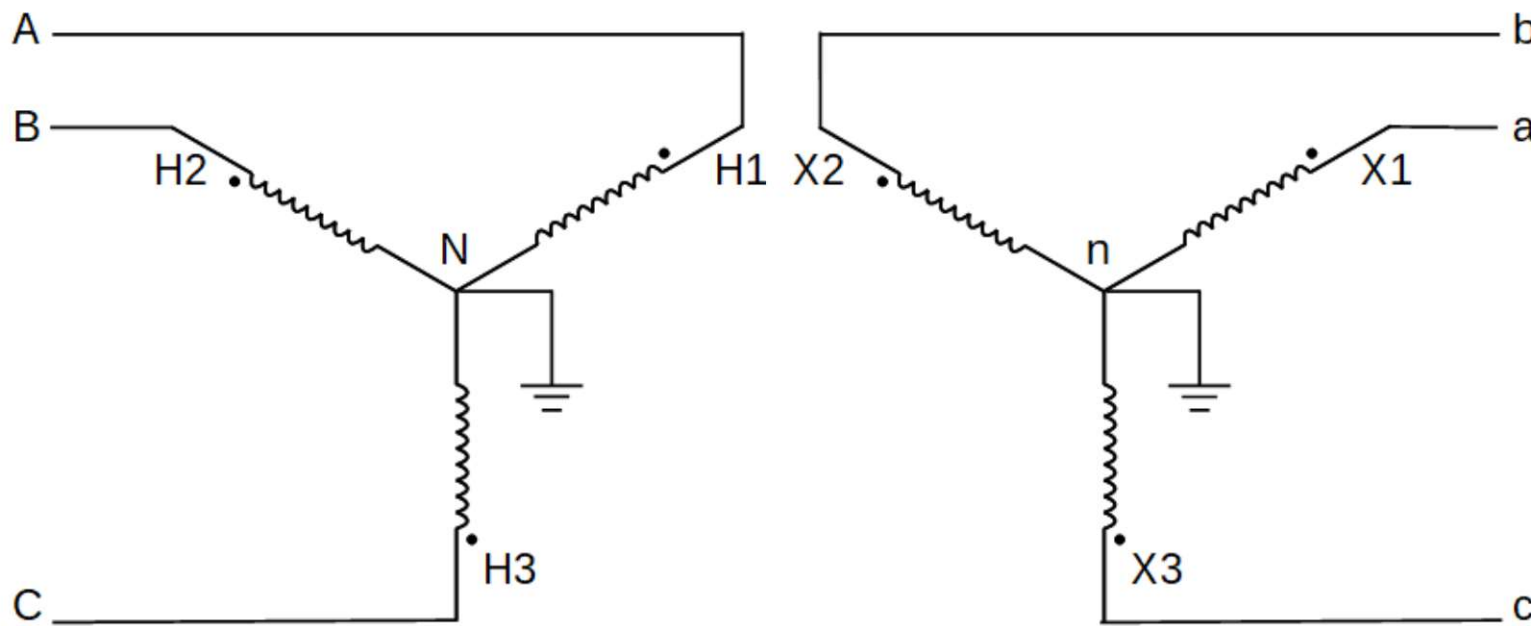
Os nós centrais aterrados (N e n).



Transformadores 3# - 2W: Desenho

Há duas formas comumente usadas para desenhar transformadores 3#.

Considere um transformador 3# - 2W ligado no arranjo YT – YT. **Forma 2:**



Novamente... AT com H e BT com X. Fases e acoplamentos (Aa, Bb e Cc). Nós centrais aterrados (N e n). Acho essa Forma 2 melhor para explicar o acoplamento do ponto de vista fasorial.



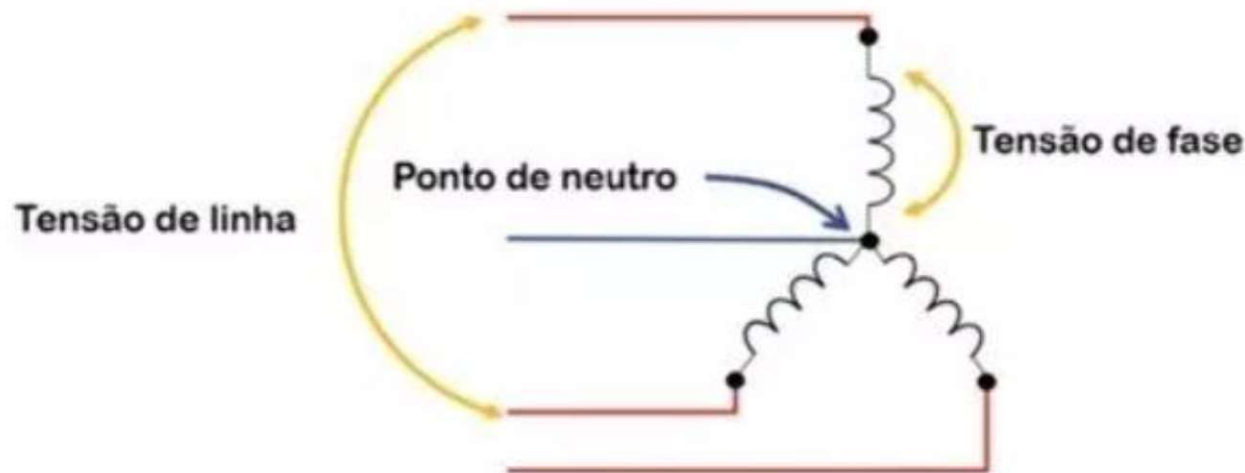
Transformadores 3# - 2W: Relação de Transformação

Para transformadores trifásicos, a relação de transformação pode ser diferente da relação de espiras do primário em relação ao secundário.

Para não ter dúvidas sobre como proceder, utilize sempre **a relação entre as tensões de linha do primário e secundário**.

Relembrando...

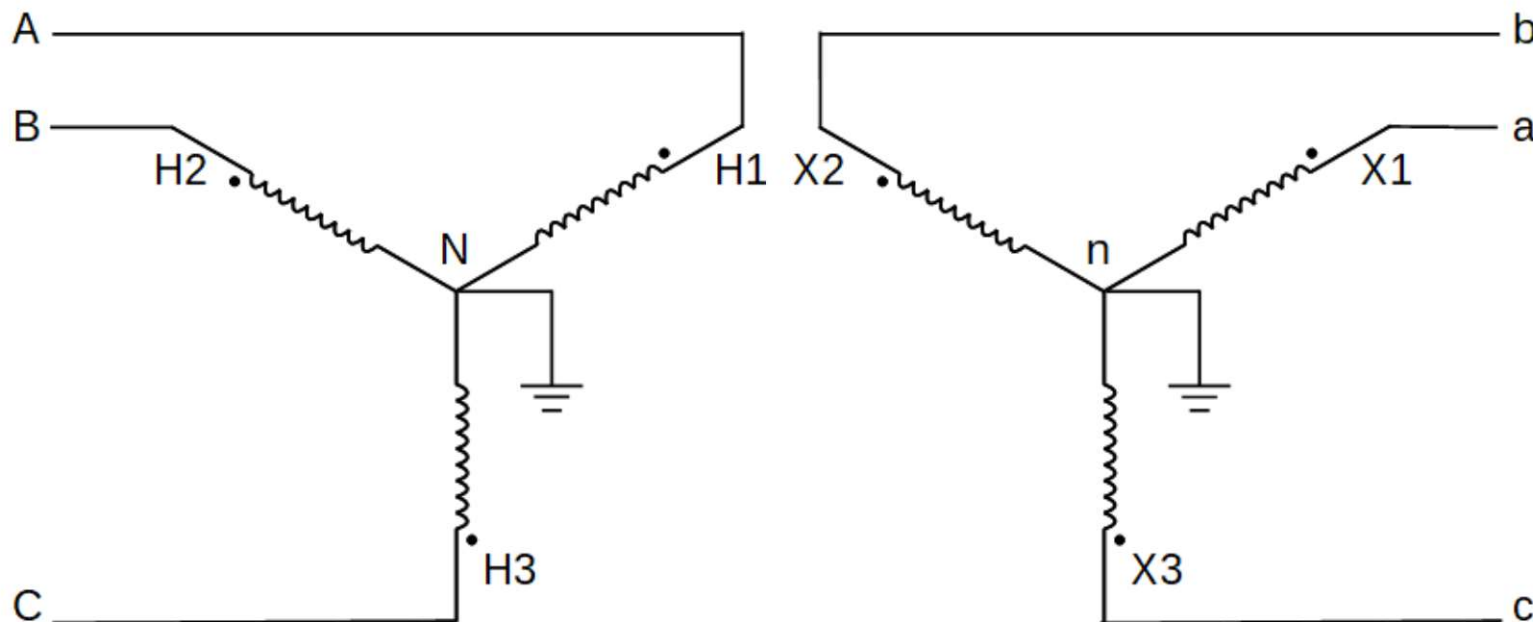
<https://www.mundodaeletrica.com/o-que-e-tensao-de-fase-e-de-linha/>





Transformadores 3# - 2W: Relação de Transformação

Considere um banco formado por 3 unidades 1#. Se cada unidade monofásica tem relação de transformação de 288.67 : 132.79 kV, qual a relação de transformação do transformador **trifásico**?



Pelo arranjo, as tensões fornecidas são de fase.

Em termos de tensões de linha, a resposta é **500 : 230 kV**.

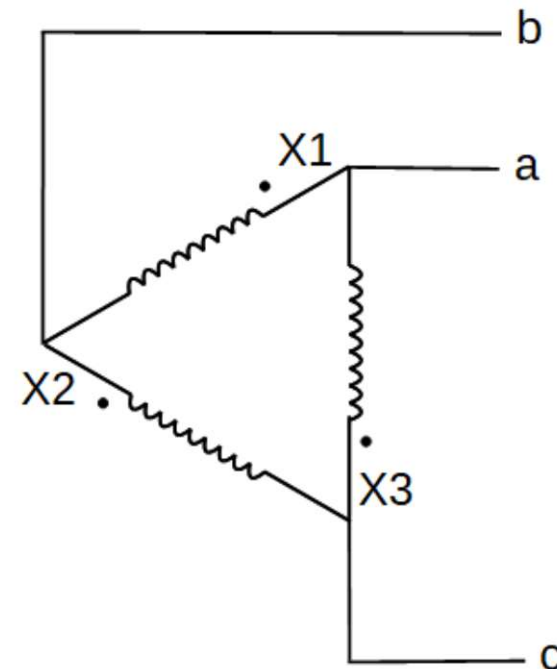
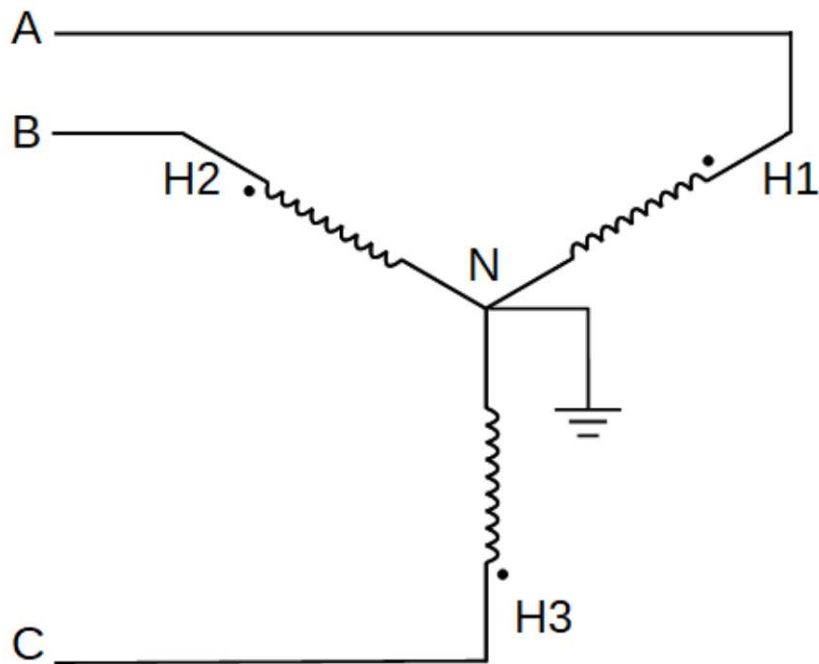
```
>> sqrt(3)*[288.67 132.79]
ans =
    499.9911    229.9990
```



Transformadores 3# - 2W

Considere um banco formado por 3 unidades 1#.

Se a relação de transformação do transformador trifásico é 230 : 69 kV, qual deve ser a relação das unidades 1#?



Do lado AT, para tensão de linha 230 kV, temos tensão nas bobinas de 132.79 kV.

Do lado BT, a tensão nos enrolamentos é 69 kV. Relação 1#: **132.79 : 69 kV.**



Transformadores 3# - 2W

Relembrando: como regra de uso geral, adote a relação dos transformadores 3# sempre usando as tensões de linha.

Se essa regra for atendida, impedâncias podem ser referidas de um nível de tensão para o outro do mesmo modo que fizemos para transformadores 1#.

$$Z_1 = Z_2 \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2$$

Outro detalhe importante:

A potência do banco é obtida pela soma das potências das unidades 1#.



Transformadores 3# - 2W

Exemplo 1 (adaptado do Exemplo 2.7 do Stevenson):

Três transformadores 1#, com 25 MVA cada e relação de 38.1 : 3.81 kV foram conectados no arranjo Y – Δ .

Foi ligada no secundário uma carga em Y com impedância por fase $Z_c = 0.6 \, \Omega$.

Especifique VB_{BT} , sabendo que $SB = 75 \text{ MVA}$ e $VB_{AT} = 66 \text{ kV}$.

Então calcule a impedância Z_c em Ω referida ao lado AT.

Confirme se o valor dessa impedância em pu é o mesmo em AT e BT.



Transformadores 3# - 2W

`%% Dados de entrada`

```
SB = 75;           % MVA
VBAT = 66;         % kV
% VBAT é consistente?
%  $38.1 * \sqrt{3} = 65.9911$ 
% Sim.

VBBT = 3.81;       % kV
ZcBT = 0.60;       % ohms/fase

ZBAT = VBAT^2 / SB; % ohms
ZBBT = VBBT^2 / SB; % ohms
```

`%% Processamento`

```
ZcAT = ZcBT * (VBAT / VBBT)^2;
ZcAT_pu = ZcAT / ZBAT;
ZcBT_pu = ZcBT / ZBBT;
```



Transformadores 3# - 2W

%% Dados de entrada

```
SB = 75;                % MVA
VBAT = 66;              % kV
% VBAT é consistente?
% 38.1 * sqrt(3) = 65.9911
% Sim.

VBBT = 3.81;           % kV
ZcBT = 0.60;           % ohms/fase

ZBAT = VBAT^2 / SB;    % ohms
ZBBT = VBBT^2 / SB;    % ohms
```

%% Processamento

```
ZcAT = ZcBT * (VBAT / VBBT)^2;
ZcAT_pu = ZcAT / ZBAT;
ZcBT_pu = ZcBT / ZBBT;
```

Baixa Tensão (BT):

```
SB    = 75.0000 MVA.
VB     = 3.8100 kV.
ZB     = 0.1935 ohms.
Zc     = ( 0.6000, 0.0000), ( 0.6000@ 0.0000) ohms.
Zc_pu  = ( 3.1000, 0.0000), ( 3.1000@ 0.0000) pu.
```

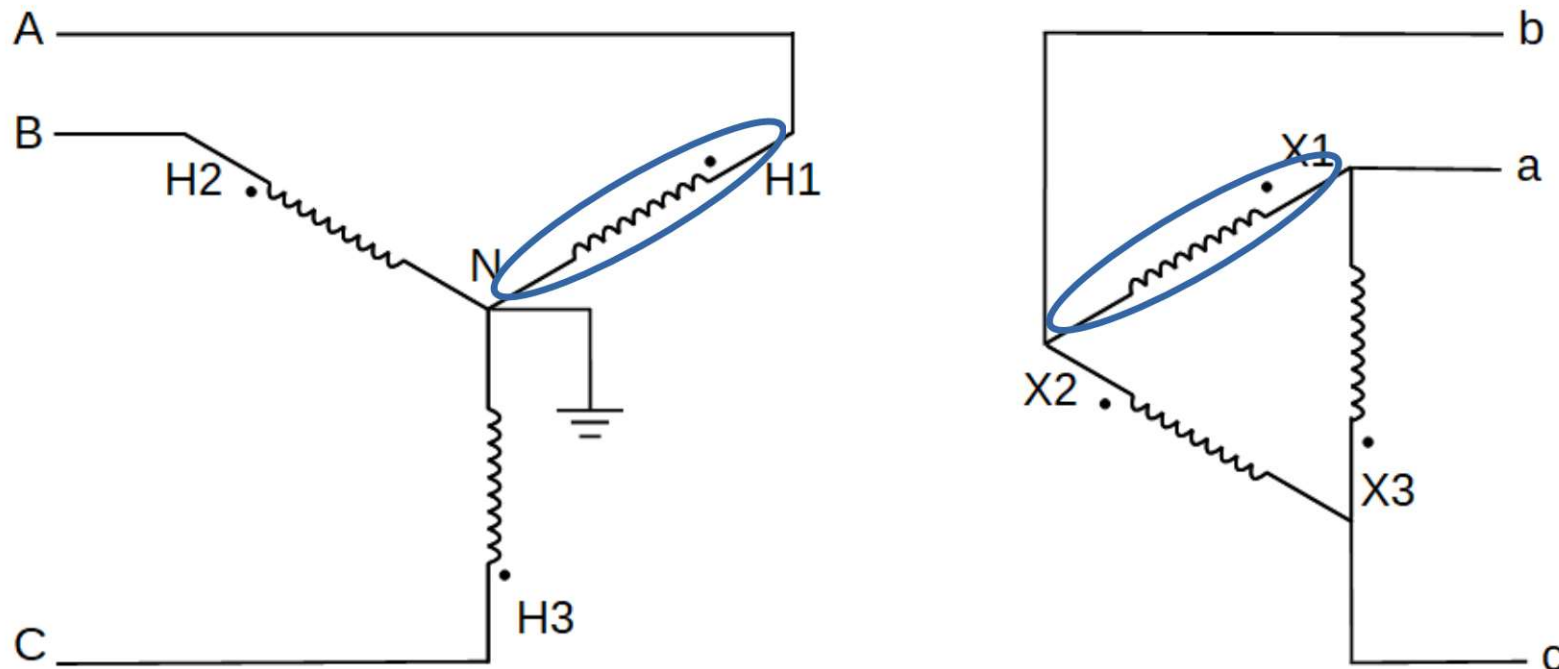
Alta Tensão (AT):

```
SB    = 75.0000 MVA.
VB     = 66.0000 kV.
ZB     = 58.0800 ohms.
Zc     = (180.0484, 0.0000), (180.0484@ 0.0000) ohms.
Zc_pu  = ( 3.1000, 0.0000), ( 3.1000@ 0.0000) pu.
```



Transformadores 3# - 2W

Retomando o exemplo do banco formado por 3 unidades 1# com relação de transformação 230 : 69 kV e conexão YT – Δ .

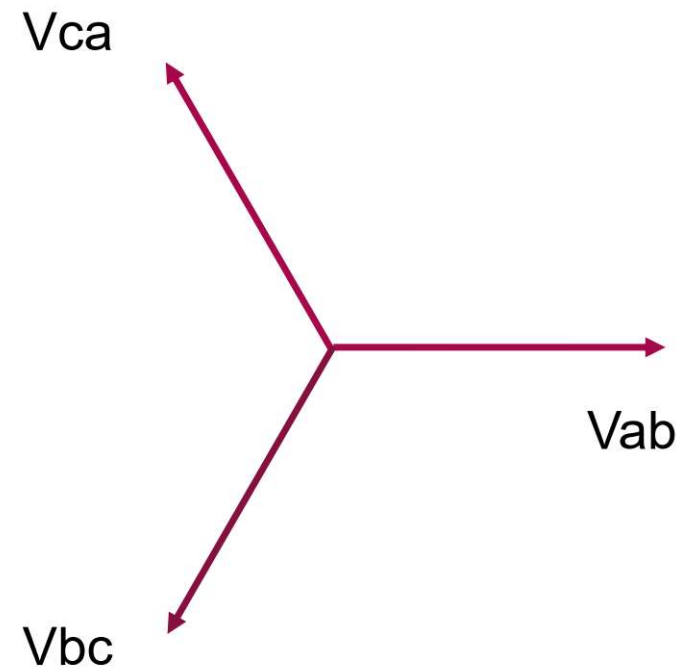
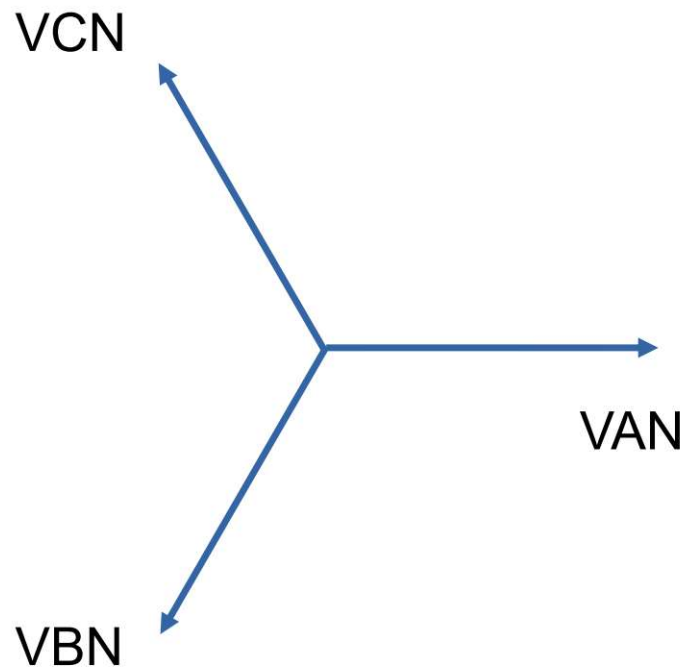


Observe os acoplamentos existentes entre enrolamentos e as respectivas tensões envolvidas. Por exemplo, V_{AN} está acoplada com V_{ab} !



Transformadores 3# - 2W

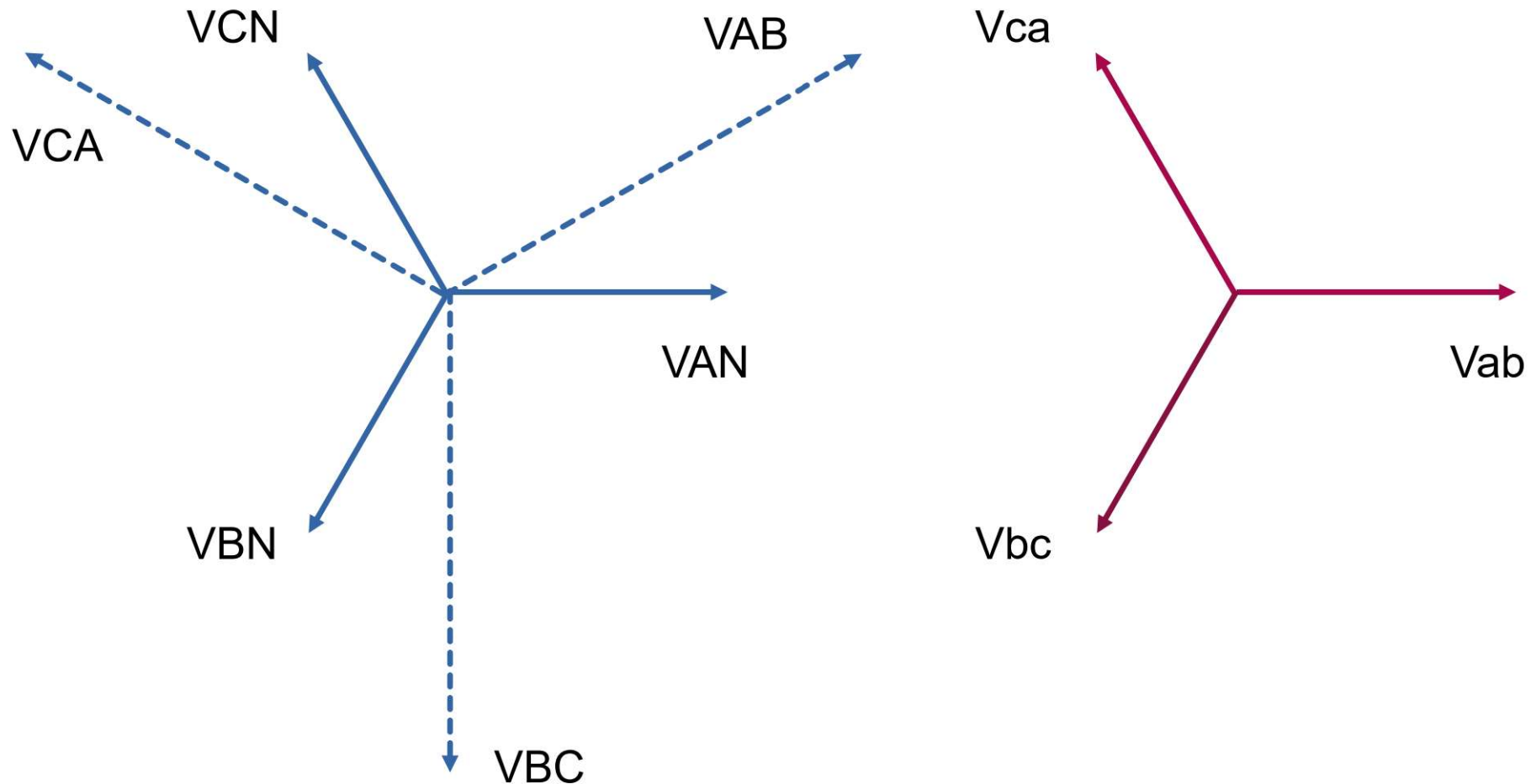
- VAN está acoplada com Vab
- VBN está acoplada com Vbc
- VCN está acoplada com Vca



Mas, a relação de transformação de uma unidade 3# envolve tensões de linha!



Transformadores 3# - 2W

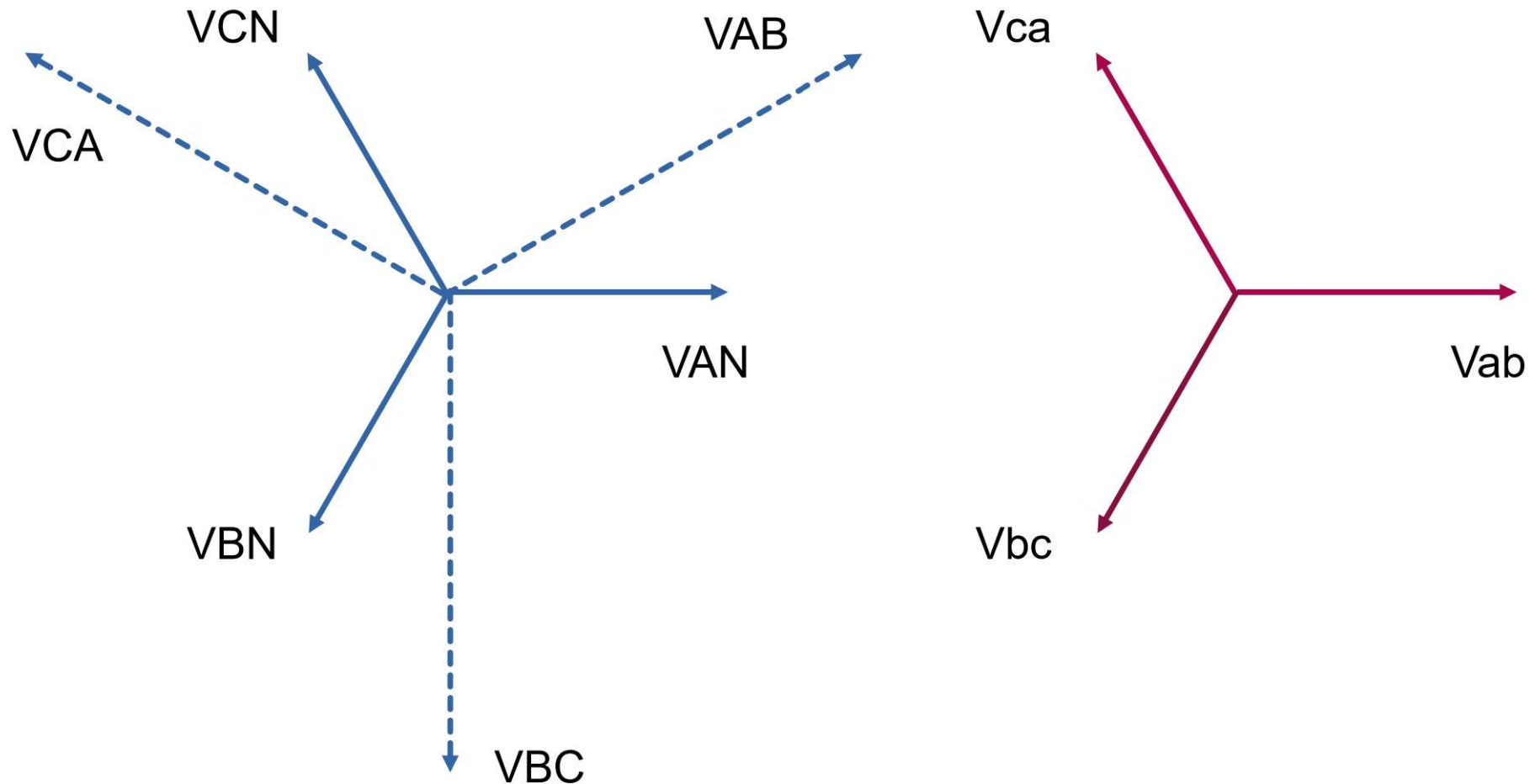


Pegando tensões de linha em ambos os lados...

Observe que houve uma mudança de fase!



Transformadores 3# - 2W



O transformador proporcionou mudança entre níveis de tensão, mas foi além...

As tensões de linha do lado Y ficaram 30° adiantadas em relação ao lado D.



Transformadores 3# - 2W

Na verdade, há 6 possibilidades de ligação no arranjo Y – Δ , ocasionando 6 possibilidades de defasamento.

No exemplo apresentado, temos que o lado ligado em Y está 30° adiantado em relação ao lado Δ . Essa defasagem é a mais comum e **adotaremos sempre ao longo de ASE.**

Outro detalhe:

Estamos falando em Y aqui de forma geral, englobando **Y, YT e YZG.**

Outro detalhe:

Mostramos que houve defasagem (Y adiantado de 30°) com tensões equilibradas de sequência positiva.

O que ocorre se as tensões forem de sequência negativa? E zero?



Transformadores 3# - 2W

Para sequência positiva, temos Y 30° adiantado do Δ .

Para sequência negativa, temos Y 30° atrasado do Δ .

Para sequência zero, temos Y em fase com Δ .

Agora a pergunta mais importante...

Como modelar o transformador 3#, sabendo que além da transformação de tensão e corrente vistas nos transformadores 1#, podemos ter deslocamento de fases?



Transformadores 3# - 2W

Como modelar o transformador 3#, sabendo que além da transformação de tensão e corrente vistas nos transformadores 1#, podemos ter deslocamento de fases?

Conforme visto em Sistemas Elétricos, podemos usar componentes simétricas para sair do “**mundo ABC**” acoplado para um “**mundo 012**” formado por três circuitos desacoplados.

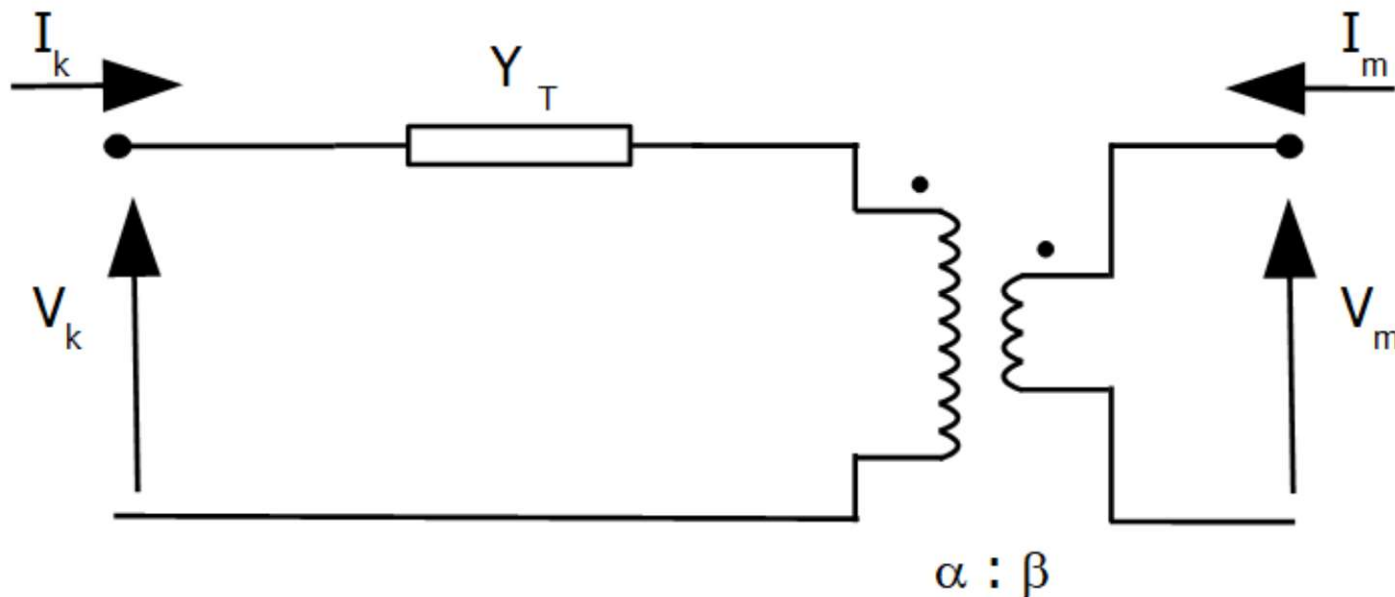
Desse modo, o modelo desenvolvido para transformadores 1# pode ser usado para modelar 3#. Porém:

- **Precisaremos de 3 unidades 1# para modelar qualquer situação!**
- **Precisaremos de 1 unidade 1# para modelar sistemas equilibrados!**
- **α e β agora podem ser números complexos!**



Transformador Real Simplificado – Modelo de Sequências:

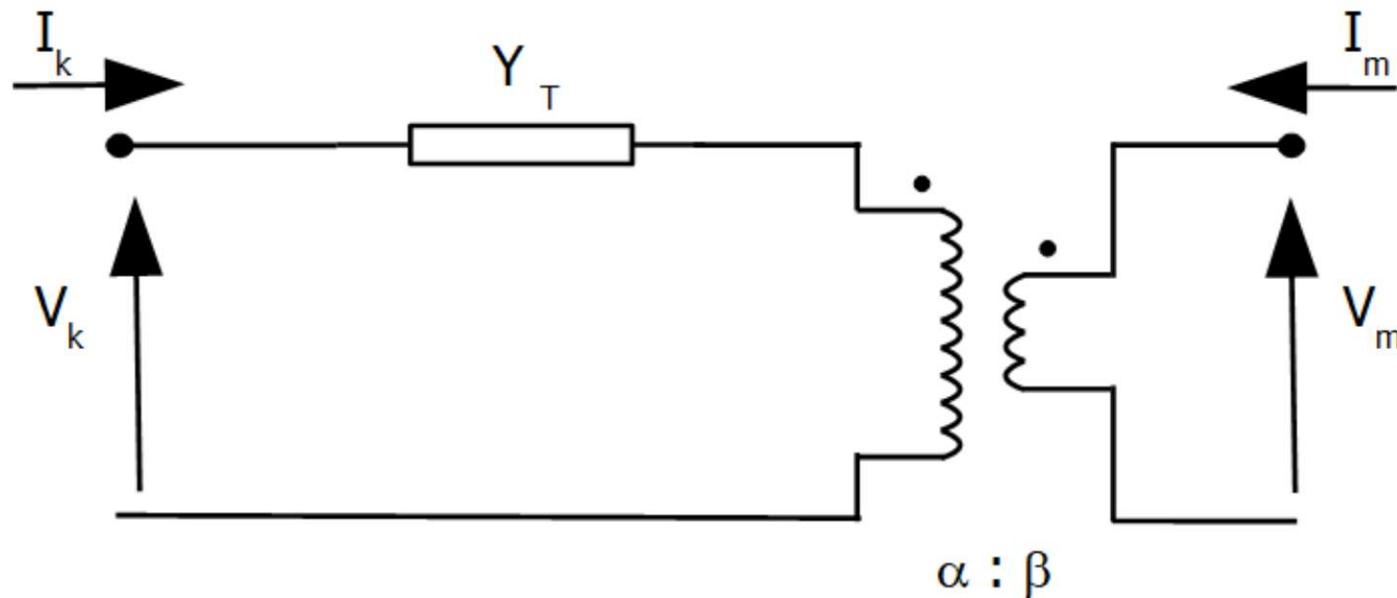
Para evitar confusão entre os nós 1 e 2 usados nos terminais e o modelo baseado em componentes simétricas 012, adotaremos agora os terminais como sendo k e m . **Para esse modelo, como podemos construir a matriz Y_{nodal} ?**



Observe o sentido de I_m .



Transformador Real Simplificado – Modelo de Sequências:

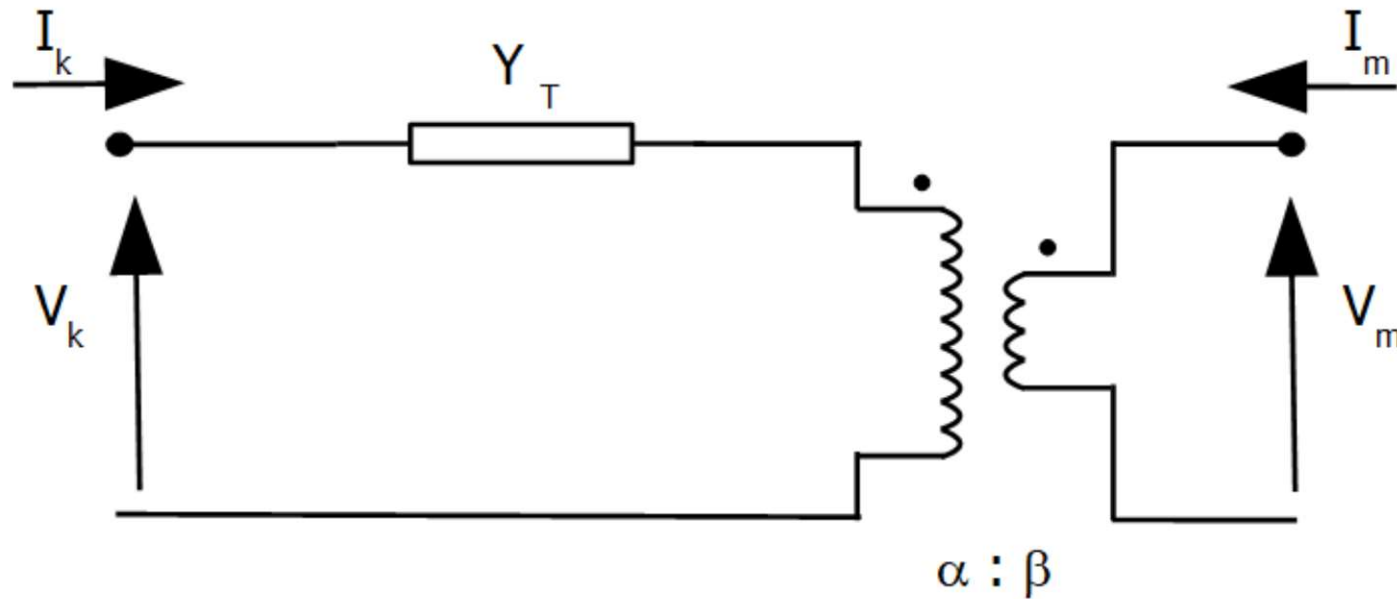


Para o terminal k, o desenvolvimento é o mesmo de antes:

$$I_k = \left(V_k - \left(\frac{\alpha}{\beta} \right) V_m \right) Y_T$$



Transformador Real Simplificado – Modelo de Sequências:



Para o terminal m, o desenvolvimento muda por usar valores conjugados:

$$I_m = -\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^* I_k \rightarrow$$

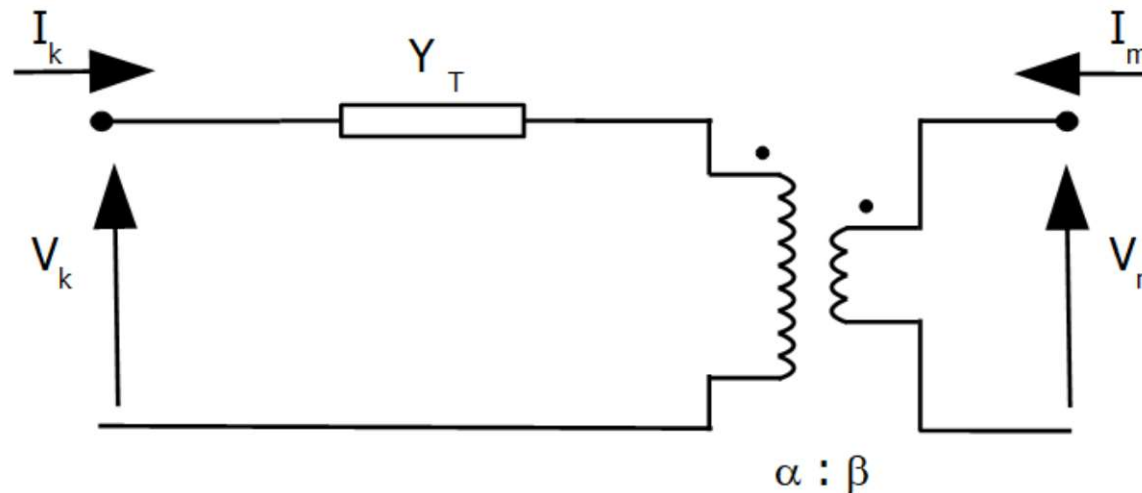
$$I_m = -\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^* \left(V_k - \left(\frac{\alpha}{\beta}\right) V_m\right) Y_T = \left(-\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^* V_k + \left(\frac{|\alpha|}{|\beta|}\right)^2 V_m\right) Y_T$$



Transformador Real Simplificado – Modelo de Sequências:

Reescrevendo no formato matricial:

$$\begin{bmatrix} I_k \\ I_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\left(\frac{\alpha}{\beta}\right) \\ -\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^* & \left(\frac{|\alpha|}{|\beta|}\right)^2 \end{bmatrix} Y_T \begin{bmatrix} V_k \\ V_m \end{bmatrix}$$



A matriz deixou de ser simétrica!



Transformador Real Simplificado – Modelo de Sequências:

Esse modelo resolve o problema da defasagem e também outro...

Um transformador com TAPs possui o que é chamado de **comutador** em um de seus enrolamentos. O comutador permite modificar o local de conexão do terminal do transformador na bobina que integra o circuito, de modo que passa a ser possível modificar a relação de transformação do equipamento.

Geralmente, o transformador passa a ter um conjunto de relações de transformação possíveis, sendo um dos taps nomeado de **relação nominal** do transformador.

Os comutadores podem ser de diferentes tipos, mas principalmente se diferenciam pela habilidade de modificar o seu TAP com ou sem carga.



Transformador Real Simplificado – Modelo de Sequências:

Exemplo de LTC:

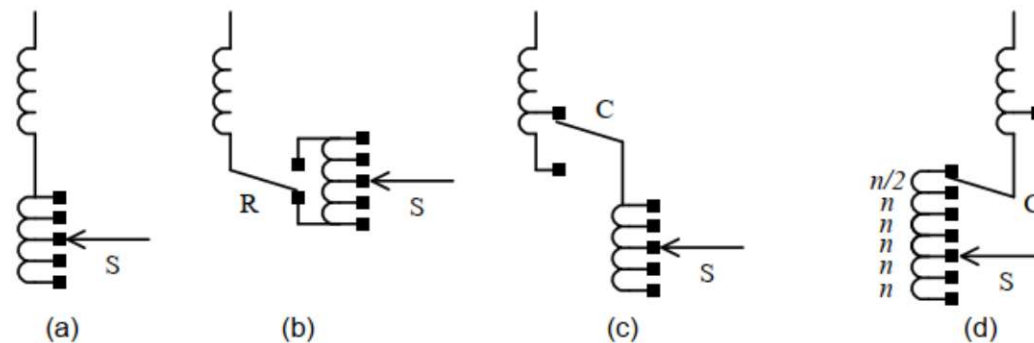


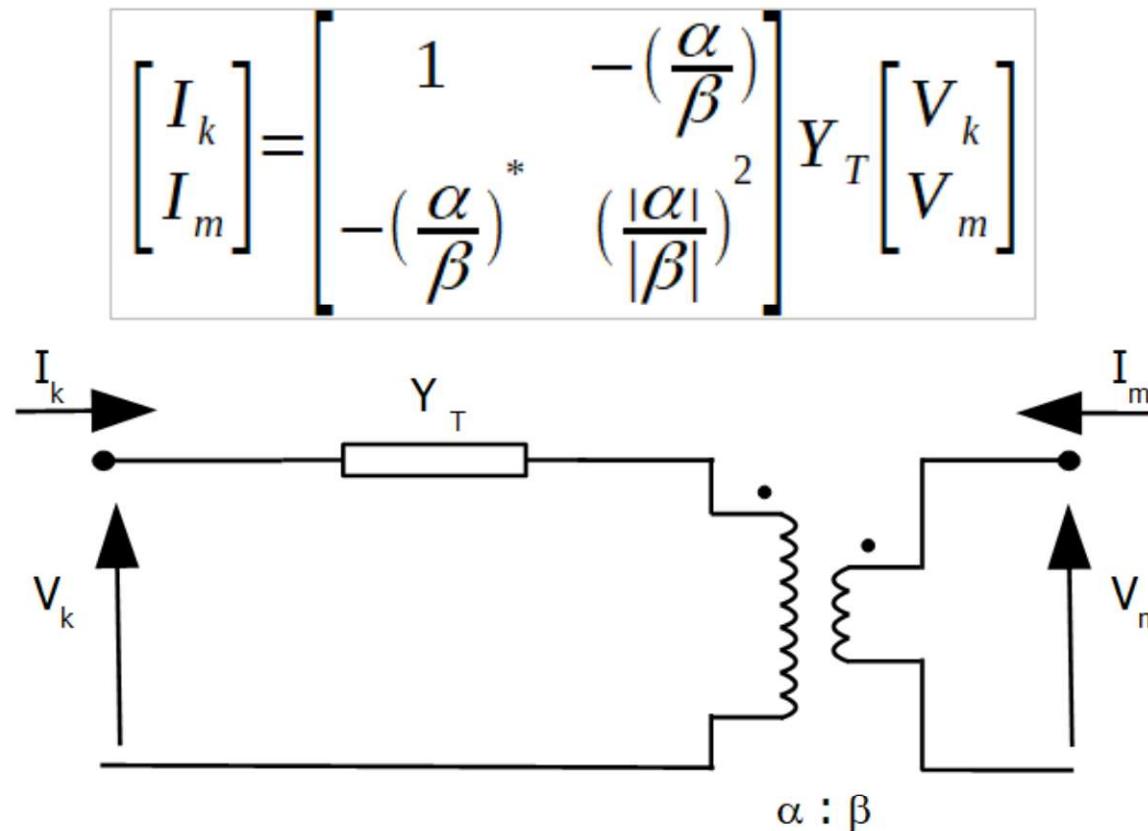
Figure 1-25- Schematic diagrams of LTC-type tap changers: a) Linear, b) Reversing, c) Corse/Fine, d) Linear, neutral end

Transformer Modelling Guide



Transformador Real Simplificado – Modelo de Sequências:

Na prática, o efeito dos taps é modificar a relação de transformação. Logo, o modelo desenvolvido continua válido. É necessário apenas definir os módulos de α e β corretamente!





Transformador Real Simplificado – Modelo de Sequências

Curiosidade:



Comutador da SE UFPB.



Transformadores Trifásicos 3# - 2W

Exemplo 2 (adaptado do Exemplo 2.7 do Stevenson):

Três transformadores 1#, com 25 MVA cada e relação de 38.1 : 3.81 kV foram conectados no arranjo Y – Δ .

Sabendo que $S_B = 75$ MVA, $V_{B_{AT}} = 66$ kV, $V_{B_{BT}} = 3.81$ kV e que a reatância em pu referida ao lado AT é de 13% (na base do equipamento).

Calcule a matriz Ynodal desse transformador em S e pu.



Transformadores Trifásicos 3# - 2W

Exemplo 2 (adaptado do Exemplo 2.7 do Stevenson):

Três transformadores 1#, com 25 MVA cada e relação de 38.1 : 3.81 kV foram conectados no arranjo Y – Δ .

Sabendo que $S_B = 75$ MVA, $V_{B_{AT}} = 66$ kV, $V_{B_{BT}} = 3.81$ kV e que a reatância em pu referida ao lado AT é de 13% (na base do equipamento).

Calcule a matriz Ynodal desse transformador em S e pu.

São 3 unidades de 25 MVA, logo o banco tem 75 MVA.

AT está ligada em Y: $V_{AT} = 38.1 * \sqrt{3} = 66$ kV.

BT está ligada em D: $V_{BT} = 3.81$ kV.

$Z_{T_pu} = 0.13j$ pu referida a AT e na base do equipamento: $S_B = 75$ MVA.

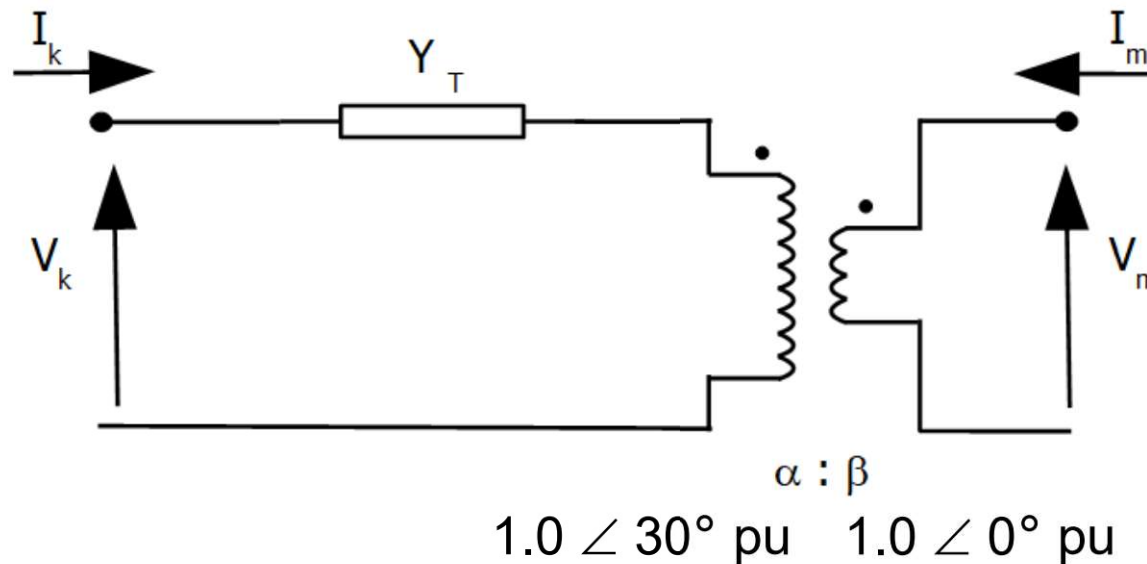
Y está 30° adiantado de D.



Transformadores Trifásicos 3# - 2W

Usando por unidade:

$Y_T = (1/0.13j)$ em pu.



$V_{BAT} = 66 \text{ kV}$

$V_{BBT} = 3.81 \text{ kV}$

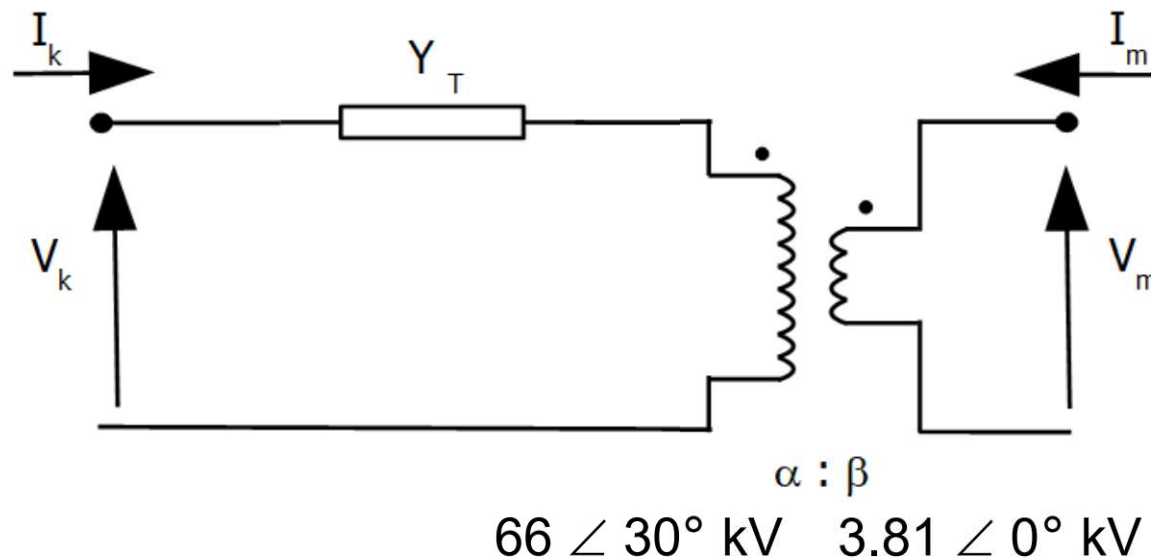
$SB = 75 \text{ MVA}$



Transformadores Trifásicos 3# - 2W

Usando unidades físicas:

$YB_AT = SB / VB_AT^2$ e $YT = (1/0.13j) * YBAT$ em S.



$$VBAT = 66 \text{ kV}$$

$$VBBT = 3.81 \text{ kV}$$

$$SB = 75 \text{ MVA}$$



Resposta – Partindo para os cálculos:

```
%% Dados de entrada
```

```
SB = 75; % MVA
```

```
VBAT = 66; % kV (tensão de linha)
```

```
VBBT = 3.81; % kV (tensão de linha)
```

```
IBAT = SB / (sqrt(3)*VBAT); % kA
```

```
IBBT = SB / (sqrt(3)*VBBT); % kA
```

```
YBAT = SB / VBAT^2; % S
```

```
YBBT = SB / VBBT^2; % S
```



Resposta:

```
%% Processamento

MF = @(m,f) m*exp(1j*f*pi/180);

% Matriz em pu

ZT_pu = 0.13j;           % pu
YT_pu = 1 / ZT_pu;       % pu
alfa = MF(1,30);         % pu
beta = MF(1,0);          % pu

a = alfa/beta;
Ynodal_pu = [1 -a;-conj(a) abs(a)^2] * YT_pu;

% Matriz em S

YT = YT_pu * YBAT;       % S
alfa = MF(66,30);        % kV
beta = MF(3.81,0);        % kV

a = alfa/beta;
Ynodal = [1 -a;-conj(a) abs(a)^2] * YT;
```



Resposta:

```
%% Resultados
```

```
printRet = @(x) sprintf('%8.4f, %8.4f', real(x), imag(x));  
printPol = @(x) sprintf('%8.4f@ %8.4f', abs(x), angle(x)*180/pi);  
  
fprintf('Resultados:\n');  
fprintf('\n');  
  
fprintf('Ynodal (retangular) = \n');  
fprintf('%s %s\n', printRet(Ynodal(1,1)), printRet(Ynodal(1,2)));  
fprintf('%s %s\n', printRet(Ynodal(2,1)), printRet(Ynodal(2,2)));  
fprintf('S.\n');  
  
fprintf('Ynodal (polar) = \n');  
fprintf('%s %s\n', printPol(Ynodal(1,1)), printPol(Ynodal(1,2)));  
fprintf('%s %s\n', printPol(Ynodal(2,1)), printPol(Ynodal(2,2)));  
fprintf('S.\n');  
  
fprintf('\n');  
  
fprintf('Ynodal_pu (retangular) = \n');  
fprintf('%s %s\n', printRet(Ynodal_pu(1,1)), printRet(Ynodal_pu(1,2)));  
fprintf('%s %s\n', printRet(Ynodal_pu(2,1)), printRet(Ynodal_pu(2,2)));  
fprintf('pu.\n');  
  
fprintf('Ynodal_pu (polar) = \n');  
fprintf('%s %s\n', printPol(Ynodal_pu(1,1)), printPol(Ynodal_pu(1,2)));  
fprintf('%s %s\n', printPol(Ynodal_pu(2,1)), printPol(Ynodal_pu(2,2)));  
fprintf('pu.\n');
```



Resposta:

```
%% Resultados

print
print Ynodal (retângular) =
( 0.0000, -0.1324) ( -1.1471, 1.9869)
fprint ( 1.1471, 1.9869) ( 0.0000, -39.7437)
fprint S.
fprint Ynodal (polar) =
fprint ( 0.1324@ -90.0000) ( 2.2943@ 120.0000)
fprint ( 2.2943@ 60.0000) ( 39.7437@ -90.0000)
fprint S.
fprint
fprint Ynodal_pu (retângular) =
fprint ( 0.0000, -7.6923) ( -3.8462, 6.6617)
fprint ( 3.8462, 6.6617) ( 0.0000, -7.6923)
fprint pu.
fprint Ynodal_pu (polar) =
fprint ( 7.6923@ -90.0000) ( 7.6923@ 120.0000)
fprint ( 7.6923@ 60.0000) ( 7.6923@ -90.0000)
fprint pu.
fprintf('%%s %%s\n',printPol(Ynodal_pu(1,1)),printPol(Ynodal_pu(1,2)));
fprintf('%%s %%s\n',printPol(Ynodal_pu(2,1)),printPol(Ynodal_pu(2,2)));
fprintf('pu.\n');
```



Resposta: Uma avaliação extra! IAT vs IAT2 e IBT vs IBT2...

```
%% Validação

% Supondo que as tensões em AT e BT sejam conhecidas:

VAT_pu = MF(1,0);           % pu
VBT_pu = MF(0.95,-5);       % pu
V_pu = [VAT_pu;VBT_pu];     % pu

% Usando Ynodal_pu:

I_pu = Ynodal_pu * V_pu;     % pu

IAT = I_pu(1) * IBAT;        % kA
IBT = I_pu(2) * IBBT;        % kA

% Usando Ynodal:

aux = [VBAT;VBBT] / sqrt(3); % kV (tensões de fase)
V = V_pu .* aux;             % kV
I = Ynodal * V;              % kA
IAT2 = I(1);                 % kA
IBT2 = I(2);                 % kA
```



Resposta:

```
fprintf('Validação:\n');  
fprintf('\n');  
fprintf('Calculando correntes injetadas usando Ynodal_pu:\n\n');  
fprintf('IAT  = %s, %s kA.\n',printRet(IAT),printPol(IAT));  
fprintf('IBT  = %s, %s kA.\n',printRet(IBT),printPol(IBT));  
fprintf('\n');  
fprintf('Calculando correntes injetadas usando Ynodal:\n\n');  
fprintf('IAT2 = %s, %s kA.\n',printRet(IAT2),printPol(IAT2));  
fprintf('IBT2 = %s, %s kA.\n',printRet(IBT2),printPol(IBT2));  
fprintf('\n');
```

Calculando correntes injetadas usando Ynodal_pu:

IAT = (-2.0262, -0.7015), (2.1442@ -160.9025) kA.

IBT = (36.4736, -7.0254), (37.1440@ -10.9025) kA.

Calculando correntes injetadas usando Ynodal:

IAT2 = (-2.0262, -0.7015), (2.1442@ -160.9025) kA.

IBT2 = (36.4736, -7.0254), (37.1440@ -10.9025) kA.



Transformadores Trifásicos 3# - 2W

Exemplo 3:

Um transformador trifásico de 80 MVA com relação de transformação 230 : 69 kV e ligação YT : D tem reatância em pu referida ao lado BT de 13% (na base do equipamento). Sabendo que a relação X/R é 10, calcule a matriz a matriz Ynodal desse transformador em S e pu ($S_B = 100$ MVA).

Observação: informe as tensões de base que escolheu.



Transformadores Trifásicos 3# - 2W

Resposta no sistema pu:

$V_{BAT} = 230 \text{ kV}$ e $V_{BBT} = 69 \text{ kV}$.

XT está referida ao lado 69 kV, logo esse lado é Alfa e 230 kV será Beta!

$$X_T = 0.13 * 100/80 = 0.1625 \text{ pu.}$$

$$R_T = X_T / 10 = 0.01625 \text{ pu.}$$

$$Y_T = 1 / (0.01625 + j0.1625) = 0.6093 - j6.0929 \text{ pu}$$

$$\text{Alfa} = 1 @ 0^\circ \text{ pu}$$

$$\text{Beta} = 1 @ 30^\circ \text{ pu}$$

Basta substituir os valores...



Resposta do Exemplo 3 (1 é 69kV; e 2 é 230 kV):

```
1 - MF = @(m,f) m*exp(1j*f*pi/180);  
2  
3 %% Cálculo em pu  
4  
5 - XT = 0.13 * 100/80;  
6 - RT = XT / 10;  
7 - YT = 1 / (RT + XT*1j);  
8 - Alfa = MF(1.00, 0.00);  
9 - Beta = MF(1.00,30.00);  
10 - aux = Alfa/Beta;  
11 - Ynodal_pu = YT * [1 -aux; -conj(aux) abs(aux)^2];
```

```
Ynodal_pu =  
[1, 1] = ( 0.6093, -6.0929) ou ( 6.1233@ -84.2894)  
[1, 2] = ( 2.5188, 5.5813) ou ( 6.1233@ 65.7106)  
[2, 1] = ( -3.5741, 4.9720) ou ( 6.1233@ 125.7106)  
[2, 2] = ( 0.6093, -6.0929) ou ( 6.1233@ -84.2894)  
pu.
```



Resposta do Exemplo 3:

Resposta no sistema un (unidades físicas):

XT está referida ao lado 69 kV, logo esse lado é Alfa e 230 kV será Beta!

$$X_T = 0.13 * 69^2 / 80 = 7.7366 \text{ Ohms.}$$

$$R_T = X_T / 10 = 0.77366 \text{ Ohms.}$$

$$Y_T = 1 / (0.77366 + j7.7366) = 0.0128 - j0.1280 \text{ S}$$

$$\text{Alfa} = 69 @ 0^\circ \text{ kV}$$

$$\text{Beta} = 230 @ 30^\circ \text{ kV}$$

Basta substituir os valores...



Resposta do Exemplo 3 (1 é 69kV; e 2 é 230 kV):

```
13      %% Cálculo em Unidades Físicas (UN)
14
15 -    ZB = 69^2/80;
16 -    XT = 0.13 * ZB;
17 -    RT = XT / 10;
18 -    YT = 1 / (RT + XT*1j);
19 -    Alfa = MF(69.00, 0.00);
20 -    Beta = MF(230.00,30.00);
21 -    aux = Alfa/Beta;
22 -    Ynodal_un = YT * [1 -aux; -conj(aux) abs(aux)^2];
```

```
Ynodal_un =
[1, 1] = ( 0.0128, -0.1280) ou ( 0.1286@ -84.2894)
[1, 2] = ( 0.0159, 0.0352) ou ( 0.0386@ 65.7106)
[2, 1] = ( -0.0225, 0.0313) ou ( 0.0386@ 125.7106)
[2, 2] = ( 0.0012, -0.0115) ou ( 0.0116@ -84.2894)
S.
```



Resposta do Exemplo 3:

Uma curiosidade para transformadores...

Como converter valores em unidades físicas para o sistema pu?

Seria possível converter Y_{nodal_un} em Y_{nodal_pu} ?

```
Ynodal_un =  
[1, 1] = ( 0.0128, -0.1280) ou ( 0.1286@ -84.2894)  
[1, 2] = ( 0.0159, 0.0352) ou ( 0.0386@ 65.7106)  
[2, 1] = ( -0.0225, 0.0313) ou ( 0.0386@ 125.7106)  
[2, 2] = ( 0.0012, -0.0115) ou ( 0.0116@ -84.2894)  
S.
```

```
Ynodal_pu =  
[1, 1] = ( 0.6093, -6.0929) ou ( 6.1233@ -84.2894)  
[1, 2] = ( 2.5188, 5.5813) ou ( 6.1233@ 65.7106)  
[2, 1] = ( -3.5741, 4.9720) ou ( 6.1233@ 125.7106)  
[2, 2] = ( 0.6093, -6.0929) ou ( 6.1233@ -84.2894)  
pu.
```



Resposta do Exemplo 3: Você precisa descobrir quem é aux!

```
50 %% Curiosidade
51
52 - aux = Ynodal_un ./ Ynodal_pu;
53
54 - fprintf('aux = \n');
55 - fprintf('[1, 1] = %s\n', printRetPol(aux(1,1)));
56 - fprintf('[1, 2] = %s\n', printRetPol(aux(1,2)));
57 - fprintf('[2, 1] = %s\n', printRetPol(aux(2,1)));
58 - fprintf('[2, 2] = %s\n', printRetPol(aux(2,2)));
59 - fprintf('S.\n');
```

```
aux =
[1, 1] = ( 0.0210, 0.0000) ou ( 0.0210@ 0.0000)
[1, 2] = ( 0.0063, 0.0000) ou ( 0.0063@ 0.0000)
[2, 1] = ( 0.0063, 0.0000) ou ( 0.0063@ 0.0000)
[2, 2] = ( 0.0019, 0.0000) ou ( 0.0019@ 0.0000)
S.
```



Transformadores Trifásicos 3# - 2W

Exemplo 4:

Considere o transformador trifásico do exemplo 3. Suas matrizes de admitância em S e pu foram calculadas. O sistema pu adotou $S_B = 100$ MVA, $V_{B_{AT}} = 230$ kV e $V_{B_{BT}} = 69$ kV.

```
Ynodal_un =  
[1, 1] = ( 0.0128, -0.1280) ou ( 0.1286@ -84.2894)  
[1, 2] = ( 0.0159, 0.0352) ou ( 0.0386@ 65.7106)  
[2, 1] = ( -0.0225, 0.0313) ou ( 0.0386@ 125.7106)  
[2, 2] = ( 0.0012, -0.0115) ou ( 0.0116@ -84.2894)  
S.
```

```
Ynodal_pu =  
[1, 1] = ( 0.6093, -6.0929) ou ( 6.1233@ -84.2894)  
[1, 2] = ( 2.5188, 5.5813) ou ( 6.1233@ 65.7106)  
[2, 1] = ( -3.5741, 4.9720) ou ( 6.1233@ 125.7106)  
[2, 2] = ( 0.6093, -6.0929) ou ( 6.1233@ -84.2894)  
pu.
```



Transformadores Trifásicos 3# - 2W

(continuação) Exemplo 4:

Desenhe o circuito de sequencia positiva desse transformador, incluindo os seguintes valores em pu:

- As correntes I_{AT} e I_{BT} injetadas;
- As potências S_{AT} e S_{BT} injetadas; e
- As perdas internas DS.

Sabe-se que o transformador opera nas seguintes condições:

- a) $V_{AT} = 1 \angle 0^\circ$ pu e $V_{BT} = 1 \angle -30^\circ$ pu;
- b) $V_{AT} = 1 \angle 0^\circ$ pu e $V_{BT} = 0.98 \angle -31^\circ$ pu;
- c) $V_{AT} = 1.02 \angle 0^\circ$ pu e $V_{BT} = 0.98 \angle -32^\circ$ pu.



Resposta do Exemplo 4:

a) $V_{AT} = 1 \angle 0^\circ$ pu e $V_{BT} = 1 \angle -30^\circ$ pu;

```
IBT = ( 0.0000, 0.0000) ou ( 0.0000@ 66.2517) pu
IAT = ( 0.0000, 0.0000) ou ( 0.0000@ 36.2517) pu
SBT = ( -0.0000, -0.0000) ou ( 0.0000@ -96.2517) pu
SAT = ( 0.0000, -0.0000) ou ( 0.0000@ -36.2517) pu
DS   = ( 0.0000, -0.0001) ou ( 0.0001@ -66.2517) pu
```



Resposta do Exemplo 4:

b) $V_{AT} = 1 \angle 0^\circ$ pu e $V_{BT} = 0.98 \angle -31^\circ$ pu;

```
IBT = ( -0.0447, 0.1556) ou ( 0.1619@ 106.0255) pu
IAT = ( 0.1165, -0.1123) ou ( 0.1618@ -43.9473) pu
SBT = ( -0.1161, -0.1081) ou ( 0.1586@ -137.0255) pu
SAT = ( 0.1165, 0.1123) ou ( 0.1618@ 43.9473) pu
DS = ( 0.0005, 0.0042) ou ( 0.0042@ 83.7507) pu
```



Resposta do Exemplo 4:

c) $V_{AT} = 1.02 \angle 0^\circ$ pu e $V_{BT} = 0.98 \angle -32^\circ$ pu.

```
IBT = ( -0.0886,    0.3128) ou ( 0.3251@ 105.8181) pu
IAT = (  0.2332,   -0.2265) ou ( 0.3251@ -44.1683) pu
SBT = ( -0.2361,   -0.2139) ou ( 0.3186@ -137.8181) pu
SAT = (  0.2378,    0.2310) ou ( 0.3316@  44.1683) pu
DS   = (  0.0017,    0.0171) ou ( 0.0172@  84.1562) pu
```



Transformadores Trifásicos 3# - 2W

Exemplo 5:

Considere o transformador trifásico do exemplo 3. Suas matrizes de admitância em S e pu foram calculadas. O sistema pu adotou $S_B = 100$ MVA, $V_{B_{AT}} = 230$ kV e $V_{B_{BT}} = 69$ kV.

```
Ynodal_un =  
[1, 1] = ( 0.0128, -0.1280) ou ( 0.1286@ -84.2894)  
[1, 2] = ( 0.0159, 0.0352) ou ( 0.0386@ 65.7106)  
[2, 1] = ( -0.0225, 0.0313) ou ( 0.0386@ 125.7106)  
[2, 2] = ( 0.0012, -0.0115) ou ( 0.0116@ -84.2894)  
S.
```

```
Ynodal_pu =  
[1, 1] = ( 0.6093, -6.0929) ou ( 6.1233@ -84.2894)  
[1, 2] = ( 2.5188, 5.5813) ou ( 6.1233@ 65.7106)  
[2, 1] = ( -3.5741, 4.9720) ou ( 6.1233@ 125.7106)  
[2, 2] = ( 0.6093, -6.0929) ou ( 6.1233@ -84.2894)  
pu.
```



Transformadores Trifásicos 3# - 2W

(continuação) Exemplo 5:

Tomando como base os resultados obtidos para a sequência positiva desse transformador no Exemplo 4, calcule os seguintes valores em pu:

- As correntes I_{AT_A} , I_{AT_B} e I_{AT_C}
- As correntes I_{BT_A} , I_{BT_B} e I_{BT_C}
- As potências S_{AT_A} , S_{AT_B} e S_{AT_C}
- As potências S_{BT_A} , S_{BT_B} e S_{BT_C}
- As perdas internas DS_A , DS_B e DS_C .

Sabe-se que o transformador opera na seguinte condição:

$$V_{AT} = 1.02 \angle 0^\circ \text{ pu e } V_{BT} = 0.98 \angle -32^\circ \text{ pu.}$$



Resposta do Exemplo 5:

A condição de operação solicitada foi calculada na letra c do Exemplo 4.

```
IBT = ( -0.0886, 0.3128) ou ( 0.3251@ 105.8181) pu  
IAT = ( 0.2332, -0.2265) ou ( 0.3251@ -44.1683) pu  
SBT = ( -0.2361, -0.2139) ou ( 0.3186@ -137.8181) pu  
SAT = ( 0.2378, 0.2310) ou ( 0.3316@ 44.1683) pu  
DS = ( 0.0017, 0.0171) ou ( 0.0172@ 84.1562) pu
```

Os valores apresentados são referentes a sequência positiva.

Para obter IBT_ABC a partir de IBT podemos usar a transformação de Fortescue, como estudado em Sistemas Elétricos. Porém, observe que a corrente de sequência positiva é igual a corrente da fase A sempre que o sistema opera equilibrado.

Podemos obter as respostas desejadas facilmente...



Resposta do Exemplo 5:

```
IBT = ( -0.0886, 0.3128) ou ( 0.3251@ 105.8181) pu  
IAT = ( 0.2332, -0.2265) ou ( 0.3251@ -44.1683) pu  
SBT = ( -0.2361, -0.2139) ou ( 0.3186@ -137.8181) pu  
SAT = ( 0.2378, 0.2310) ou ( 0.3316@ 44.1683) pu  
DS = ( 0.0017, 0.0171) ou ( 0.0172@ 84.1562) pu
```

$$I_{AT_A} = 0.3251 \angle -44.1683^\circ \text{ pu}$$

$$I_{AT_B} = 0.3251 \angle -164.1683^\circ \text{ pu}$$

$$I_{AT_C} = 0.3251 \angle -284.1683^\circ \text{ pu}$$

$$I_{BT_A} = 0.3251 \angle 105.8181^\circ \text{ pu}$$

$$I_{BT_B} = 0.3251 \angle -14.1819^\circ \text{ pu}$$

$$I_{BT_C} = 0.3251 \angle -134.1819^\circ \text{ pu}$$



Resposta do Exemplo 5:

```
IBT = ( -0.0886, 0.3128) ou ( 0.3251@ 105.8181) pu  
IAT = ( 0.2332, -0.2265) ou ( 0.3251@ -44.1683) pu  
SBT = ( -0.2361, -0.2139) ou ( 0.3186@ -137.8181) pu  
SAT = ( 0.2378, 0.2310) ou ( 0.3316@ 44.1683) pu  
DS = ( 0.0017, 0.0171) ou ( 0.0172@ 84.1562) pu
```

No caso das potências, a premissa de sistema operando equilibrado assegura que as três fases tem um mesmo comportamento. Sendo assim:

$$S_{AT_A} = S_{AT_B} = S_{AT_C} = 0.2378 + j0.2310 \text{ pu}$$

$$S_{BT_A} = S_{BT_B} = S_{BT_C} = -0.2361 - j0.2139 \text{ pu}$$

$$DS_A = DS_B = DS_C = 0.0017 + j0.0171 \text{ pu}$$



Resposta do Exemplo 5:

E se o aluno não aceitar atalhos? O jeito é calcular...



Resposta do Exemplo 5:

Partindo dos dados de sequência positiva:

```
>> exemplo_05  
IBT1 = ( -0.0886, 0.3128) ou ( 0.3251@ 105.8181) pu  
IAT1 = ( 0.2332, -0.2265) ou ( 0.3251@ -44.1683) pu  
SBT1 = ( -0.2361, -0.2139) ou ( 0.3186@ -137.8181) pu  
SAT1 = ( 0.2378, 0.2310) ou ( 0.3316@ 44.1683) pu  
DS1 = ( 0.0017, 0.0171) ou ( 0.0172@ 84.1562) pu
```

```
%% Processamento: ABC
```

```
IBT_ABC = T * [0; IBT; 0];
```

```
IAT_ABC = T * [0; IAT; 0];
```

```
VBT_ABC = T * [0; VBT; 0];
```

```
VAT_ABC = T * [0; VAT; 0];
```

```
SAT_ABC = VAT_ABC .* conj(IAT_ABC);
```

```
SBT_ABC = VBT_ABC .* conj(IBT_ABC);
```

```
DS_ABC = SAT_ABC + SBT_ABC;
```



Resposta do Exemplo 5:

```
IBT_ABC =
    0.3251  105.8181
    0.3251  -14.1819
    0.3251 -134.1819
```

pu.

```
IAT_ABC =
    0.3251  -44.1683
    0.3251 -164.1683
    0.3251   75.8317
```

pu.

```
VBT_ABC =
    0.8311 - 0.5193i
   -0.8653 - 0.4601i
    0.0342 + 0.9794i
```

pu.

```
VAT_ABC =
    1.0200 + 0.0000i
   -0.5100 - 0.8833i
   -0.5100 + 0.8833i
```

pu.

```
SBT_ABC =
   -0.2361 - 0.2139i
   -0.2361 - 0.2139i
   -0.2361 - 0.2139i
```

pu.

```
SAT_ABC =
    0.2378 + 0.2310i
    0.2378 + 0.2310i
    0.2378 + 0.2310i
```

pu.

```
DS_ABC =
    0.0017 + 0.0171i
    0.0017 + 0.0171i
    0.0017 + 0.0171i
```

pu.



Modelo Elétrico de Transformadores

2 enrolamentos (2W)

Helon David de Macêdo Braz
helon@cear.ufpb.br